



Bu bölümde;

- Fizik ve Fiziğin Yöntemleri,
- Fiziksel Nicelikler, Standartlar ve Birimler,
- Uluslararası Birim Sistemi (SI),
- Uzunluk, Kütle ve Zaman Standartları,
- Boyut Analizi,
- Birim Çevirme

ile ilgili konular anlatılacaktır.

Bu bölümü tamamladığinizda,

- Fizik Biliminin tanımını ve yöntemlerini,
- Fiziksel olayları açıklamak için gerekli olan fiziksel nicelikleri, standartları ve birimleri,
- Uluslararası Birim Sistemini (SI),
- Mekanığın temel nicelikleri olan uzunluk, kütle ve zaman standartlarını,
- Boyut kavramını ve birim çevirmeyi öğrenmiş olacaksınız.



1.1 Fizik ve Fiziğin Yöntemleri

Fizik doğa olaylarını ya doğrudan doğruya ya da onları basitleştirilmiş koşullar altında tekrarlayarak araştırır. Doğa olayları çoğu kez çok karışık koşullar altında meydana gelirler. Bu gibi hallerde fizikçi gözlem ve deney ile araştırma yöntemine başvurur. Olay ayrıntılarından arındırılır ve basit bir biçimde kontrol edilebilen koşullar altında yapay olarak tekrarlanır, yani bir deney yapılır. Deney, doğaya yöneltilen bir sorudur. Deneylerin sonucunda doğaya sorulan sorulara alınan yanıtlar bir araya getirilerek, doğa olayının açıklanması mümkün olur. O halde fiziğin yöntemleri gözlem, deney, ölçüm yapmak ve matematiksel bağıntılar kurmaktır.

Fizik araştırmalarının amacı sadece ve sadece öğrenmek ve doğanın sırlarına ulaşmaya, doğanın gerçeklerine yaklaştırmaya çalışmaktır. Fizik biliminin buluşlarından faydalanmak ve buluşları pratik sonuçlara uygulamak, mühendislik bilim dallarının amaçları arasında yer alır.



Fiziğin yöntemleri gözlem, deney, ölçüm yapmak ve matematiksel bağıntılar kurmaktır.



1.1.1 Klasik Fizik ve Modern Fizik

Bugünkü fiziğin araştırma yöntemlerinin ilk uygulandığı, on altıncı yüzyılın sonlarına doğru Galileo Galilei (1564-1642)'nin yaptığı sarkaç ve serbest düşme deneylerinde görülür. O zamandan yirminci yüzyılın başlarına kadar geliştirilen fizik, **KLASİK FİZİK** olarak bilinir.



Klasik fizik üç temel dalı içine alır:

- Klasik Mekanik
- Termodinamik
- Elektromanyetizma

Yirminci yüzyılın başlarından itibaren geliştirilen fiziğe **MODERN FİZİK** adı verilir.

Modern fiziğe iki önemli gelişme damgasını vurmuştur:

- Kuantum Mekaniği
- Görecelik Kuramı

Genel Fizik I dersinde, klasik fiziğin mekanik ve termodinamik dallarına ilişkin temel konuları ve Genel Fizik II dersinde elektromanyetizma, optik ve modern fizik dallarına ilişkin konuları göreceğiz.



1.2 Fiziksel Nicelikler, Standartlar ve Birimler

Fizik, araştırdığı doğa olaylarına ait kanunları **FİZİKSEL NİCELİKLERLE** anlatır. Çok sayıda olan bu niceliklerin bazıları şunlardır:

- Kütle
- Uzunluk
- Zaman
- Hız
- İvme
- Kuvvet
- Sıcaklık
- Enerji
- Elektrik alan şiddeti
- Manyetik akı

Bu fiziksel nicelikler tam ve kesin şekilde tanımlanmalıdır.

Bir fiziksel niceliğin nasıl ölçüleceğinin bir kuralı ve bir birimi belirlenirse, o fiziksel nicelik tam olarak tanımlanmış olur ve böylece standardı elde edilir. Kolayca anlaşılacağı gibi, fiziksel nicelikler için standart tanımlama tamamen keyfidir. Ama standardın kullanışlı, yararlı ve herkes tarafından kabul edilebilir olması gerekir.



Fiziksel Nicelikler

Temel Fiziksel Nicelikler

uzunluk, kütle, zaman,
sıcaklık, elektrik akımı, ışık
şiddeti, madde miktarı

Türetilmiş Fiziksel Nicelikler

hız, ivme, kuvvet, iş, güç,
yoğunluk, basınç...

Çok sayıda fiziksel nicelik olduğunu söyledik. Doğal olarak bunlar birbirleriyle ilişkilidirler. Onun için fiziksel niceliklerin bir sistem içinde düzenlenmesi gerekir. Bu düzenlemede, bazı fiziksel nicelikler **TEMEL FİZİKSEL NİCELİKLER** olarak seçilir ve geriye kalanlar temel fiziksel niceliklerden türetilir; bunlara da **TÜRETİLMİŞ FİZİKSEL NİCELİKLER** adı verilir. Türetilmiş niceliklerin tümünü en basit şekilde türetebilecek en az sayıda temel nicelik seçilir. Seçim, Uluslararası Ağırlık ve Ölçmeler Genel Konferansları'nda yapılır.



1.3 Uluslararası Birim Sistemi (SI)

1960 yılında toplanan Uluslararası Ağırlık ve Ölçmeler Genel Konferansı yedi niceliği temel nicelik olarak seçmiştir ve bu birim sistemine **Uluslararası Birim Sistemi**, kısaca **(SI)**, adını vermiştir. Tablo 1’de, SI’deki temel fiziksel nicelikler, birimleri ve sembolleri verilmiştir. Tablo 1’de verilen SI temel fiziksel niceliklerinden türetilen SI türetilmiş fiziksel niceliklere bazı örnekler Tablo 2’de gösterilmiştir. Türetilmiş niceliklerin temel niceliklerden nasıl türetildiklerini ilerideki bölümlerde göreceğiz.

SI birimleri cinsinden, çok büyük veya çok küçük sayılarla ifade edilen fiziksel niceliklerin değerlerini 1’e yakın bir sayı ile büyük birim veya küçük birim cinsinden yazmak kolaylık sağlar. Örneğin dünyanın yarıçapı yaklaşık 6.400.000 metredir. Bu değer, $6,4 \cdot 10^6 \text{ m} = 6,4 \text{ Mm}$ (megametre) şeklinde yazılır. Hidrojen atomun yarıçapı 0,00000000005 metredir. Bu değer de $5 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 50 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 50 \text{ pm}$ (pikometre) şeklinde yazılır. Burada kullanılan mega ve piko gibi önekler 10’un kuvvetleri olan 10^6 ve 10^{-12} nin adlarıdır. SI’nin üst ve alt katları Tablo 3’de verilir.

Uluslararası Birim Sistemi (SI): Tüm bilim adamlarınca ve dünyanın neredeyse bütün ülkelerinde kullanılan uluslararası olarak kabul edilmiş birim sistemidir.



Tablo 2

Türetilmiş Fiziksel Nicelik	Birimin Adı	Birimin Sembolü	Birimin Tanımı
Hız	Metre/saniye	$\frac{m}{s}$	ms^{-1}
ivme	Metre/saniye kare	$\frac{m}{s^2}$	ms^{-2}
Kuvvet	Newton	N	$kgms^{-2}$
İş	Joule	J	kgm^2s^{-2}
Güç	Watt	W	kgm^2s^{-2}
Yoğunluk	Kilogram/metreküp	$\frac{kg}{m^3}$	kgm^{-3}
Basınç	Newton/metrekare	$\frac{N}{m^2}$	$kgm^{-1}s^{-2}$

Tablo 3

10'un kuvveti	Önek	Sembol	10'un kuvveti	Önek	Sembol
10^{18}	Eksa	E	10^{-1}	Desi	d
10^{15}	Peta	P	10^{-2}	Santi	c
10^{12}	Tera	T	10^{-3}	Mili	m
10^9	Giga	G	10^{-6}	Mikro	μ
10^6	Mega	M	10^{-9}	Nano	n
10^3	Kilo	k	10^{-12}	Piko	p
10^2	Hekto	h	10^{-15}	Femto	f
10^1	Deka	Da	10^{-18}	Atto	a

Tablo 1'de verilen SI temel fiziksel niceliklerinden uzunluk, kütle ve zaman mekanik dalı için yeterlidir. Bundan sonraki kısımda bunlara ait standartların tanımları verilecektir. Diğer temel fiziksel niceliklere ait standartlar daha sonraki bölümlerde tanımlanacaktır.

Genel Fizik I ve Genel Fizik II derslerimizde, SI birim sistemi kullanılacaktır. Başka birim sistemlerinin olduğunu da unutmamak gerekir.



1.4 Uzunluk, Kütle ve Zaman Standartları

İlk uzunluk standardı, metre, 1792 yılında Paris'ten geçen boylam üzerinde kuzey kutbundan ekvatora kadar olan mesafenin on milyonda biri olarak tanımlandı. Daha sonra, platin-iridyum alaşımından yapılmış özel bir çubuk "standart metre" olarak kabul edildi ve 1960 yılına kadar kullanıldı. Bu standart, yok olma olasılığı ve gelişen teknolojinin gereksinim duyduğu duyarlılığı karşılayamaması gibi nedenlerle terk edildi.

1960 yılında standart metre, ışığın dalga boyu cinsinden çok hassas bir şekilde tanımlandı. Bu tanıma göre, bir metre, kripton atomunun uyarılması sonucu yaydığı karakteristik turuncu-kırmızı ışığın dalga boyunun 1.650.763,73 katıdır. Son olarak, 1983 yılında "**1 METRE**", ışığın boşlukta 1/299.792.458 saniyede aldığı yolun uzunluğu olarak tanımlanmıştır. Metrenin tanımı saniye tanımına ve ışığın boşluktaki hızının büyüklüğünün 299.792.458 m/s olduğunun kabul edilmesine bağlıdır.



METRE

METRE: Uzunluk standartıdır. Işığın boşlukta $1/299.792.458$ saniyede aldığı yolun uzunluğu olarak tanımlanmıştır.



KİLOGRAM

KİLOGRAM: Kütle standartıdır. Platin-iridyum alaşımından yapılmış silindirin kütlesi olarak tanımlanır.



SANİYE

SANİYE: Zaman standartıdır. Sezyum atomunun $9.192.631.770$ defa titreşim yapması için geçen zamandır.



1887 yılında kabul edilen kütle standardı, "**1 KİLOGRAM**", platin-iridyum alaşımından yapılmış silindirin kütlesi olarak tanımlanır. Standart metre çubuğu ile birlikte bu silindir Fransa'nın Sevres kentindeki Uluslararası Ağırlık ve Ölçümler Bürosu'nda saklanır. Bunların benzerleri her ülkenin kendi ulusal standartlar bürosunda bulunur.

Zaman standardı saniyedir. 1960 yılına kadar saniye ortalama güneş günü cinsinden tanımlanmıştır. Bir güneş günü, güneşin gökyüzünde ulaştığı en yüksek noktadan art arda iki geçişi arasındaki zaman aralığına denir, bir güneş gününün

$$\left(\frac{1}{60}\right)\left(\frac{1}{60}\right)\left(\frac{1}{24}\right) = \frac{1}{86400}$$

üne saniye adı verilir. 1967 yılında yeni saniye standardı yok edilemez ve kolayca elde edilebilir niteliklerine sahip oldu. "**1 SANİYE**", sezyum atomunun 9.192.631.770 defa titreşim yapması için geçen zamandır.



1.5 Boyut Analizi

Boyut, bir fiziksel niceliğin doğasını belirler. Mekaniğin temel nicelikleri olan uzunluğu, kütle ve zamanı belirtmek için sırasıyla L, M ve T sembolleri kullanılır. C bir fiziksel nicelik ise, boyutu [C] sembolü ile gösterilir.

Nicelikler	Boyut Sembolü
<i>Uzunluk</i>	L
<i>Kütle</i>	M
<i>Zaman</i>	T

Bir eşitliği türetmek veya kontrol etmek durumunda kaldığımız zaman, boyut analizi bize yardımcı olacaktır.

Boyut analizinin ne olduğunu bir örnekle açıklayalım. Bir cisim x doğrultusu boyunca başlangıç noktasından u_0 ilk hızıyla harekete başlıyor ve a sabit ivmesiyle t zamanda x kadar yol alıyorsa, x yolu için

$$x = u_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

eşitliği yazılır (Bu bilgiyi Bölüm 3'de göreceğiz).



Boyut analizine göre, $[x] = [v_0][t] + \frac{1}{2}[a][t]^2$

veya

$$L = \frac{L}{T}T + \frac{L}{T^2}T^2$$

$$L = L + L$$

bulunur, yani eşitlikteki üç terim de uzunluk boyutuna sahiptir. Dolayısıyla, verilen eşitlik doğrudur.

Bazı Niceliklerin Boyutları

(A)	Yüzölçüm veya Alanın Boyutu	:	$[A] = L^2$
(V)	Hacmin Boyutu	:	$[V] = L^3$
(v)	Hızın Boyutu	:	$[v] = L/T$
(a)	İvmenin Boyutu	:	$[a] = L/T^2$
(ρ)	Yoğunluğun Boyutu	:	$[\rho] = M/L^3$
(F)	Kuvvetin Boyutu	:	$[F] = ML/T^2$

EXAMPLE 1.3 Analysis of a Power Law

Suppose we are told that the acceleration a of a particle moving with uniform speed v in a circle of radius r is proportional to some power of r , say r^n , and some power of v , say v^m . How can we determine the values of n and m ?

Solution Let us take a to be

$$a = kr^n v^m$$

where k is a dimensionless constant of proportionality. Knowing the dimensions of a , r , and v , we see that the dimensional equation must be

$$L/T^2 = L^n (L/T)^m = L^{n+m} / T^m$$

This dimensional equation is balanced under the conditions

$$n + m = 1 \quad \text{and} \quad m = 2$$

Therefore $n = -1$, and we can write the acceleration expression as

$$a = kr^{-1} v^2 = k \frac{v^2}{r}$$

When we discuss uniform circular motion later, we shall see that $k = 1$ if a consistent set of units is used. The constant k would not equal 1 if, for example, v were in km/h and you wanted a in m/s².

1.6 Birim Çevirme

Fiziksel nicelikler için standart seçiminin serbest olabileceğini ifade etmiştik. Bundan dolayı, örneğin bir su tankının hacmi 10.000 litre olarak verilebilir ve bu hacmin m³ cinsinden ne olduğu sorulabilir. İşte bu durumda birim çevirme işlemi yapmamız gerekir. Bu soruya cevap verebilmek için

$$1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ olduğunu bilerek,}$$

$$10.000 \text{ litre} = 10^4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 10 \text{ m}^3$$

şeklinde birim çevirme işlemini tamamlarız.



Bölüm Özeti

- ❑ Fizik, doğa olaylarını gözlem ve deney yaparak formüle etmeye çalışır.
- ❑ Fiziksel olayları tasvir etmek için temel ve türetilmiş nicelikler seçilir. Bunların standartları ve birimleri tanımlanır.
- ❑ Uluslararası Birim Sistemi (SI) son zamanlarda benimsenmiş bir birim sistemidir. Genel Fizik I ve Genel Fizik II derslerimizde bu sistemi kullanarak problemlerimizi çözeceğiz.
- ❑ Uzunluk [metre (m)], kütle [kilogram (kg)] ve zaman [saniye (s)] nicelikleri mekanik dalının SI'deki temel nicelikleridir.

TEK BOYUTTA HAREKET

- 2.1 Konum, hız ve sürat
- 2.2 Anlık hız ve sürat
- 2.3 İvme
- 2.4 Hareket diyagramları
- 2.5 Tek boyutta sabit ivmeli hareket
- 2.6 Serbest düşen cisimler
- 2.7 Kinematik denklemlerin türetilmesi



Kayakçı tepeden aşağı düz bir çizgi üzerinden inerken 100 km/saat hıza ulaşabilir.



Tek boyutta hareket

Klasik mekaniğe girişte cisimlerin hareketinin uzaya ve zamana bağlı olarak incelenir. Klasik mekaniğin bu kısmına *kinematik* denir (*kinematik sinema* ile aynı kökenli kelimelerdir?). Bu bölümde sadece tek boyutta yani doğru bir çizgi üzerindeki hareketle ilgilenilecektir. Önce konum, yerdeğiştirme, hız ve ivme kavramları tanımlanacaktır. Daha sonra bu kavramlar kullanılarak nesnelerin sabit ivme ile hareketleri incelenecektir.



renklerin kullanımı

Yerdeğiştirme ve konum vektörleri



Çizgisel (v) ve açısal (ω) hız vektörleri



Hız vektörü bileşenleri



Kuvvet vektörleri (F)



Kuvvet bileşen vektörleri



İvme vektörleri (a)



İvme bileşen vektörleri



Çizgisel (p) ve açısal (L) momentum vektörleri



Tork vektörleri (τ)



Çizgisel veya dönme hareketi yönleri



Yaylar



Makaralar





Tek boyutta hareket

- Günlük hayattan bir nesnenin hareketini sürekli yer değiştirmesi şeklinde anlarız.Fizikte bu hareketler
 - öteleme,
 - dönme ve
 - titreşim
- hareketleri şeklinde sınıflandırabilir.

➤ Bir parçacığın konumundaki değişiklik onun yerdeğiştirmesi olarak tanımlanır

$$\Delta x \equiv x_s - x_i$$

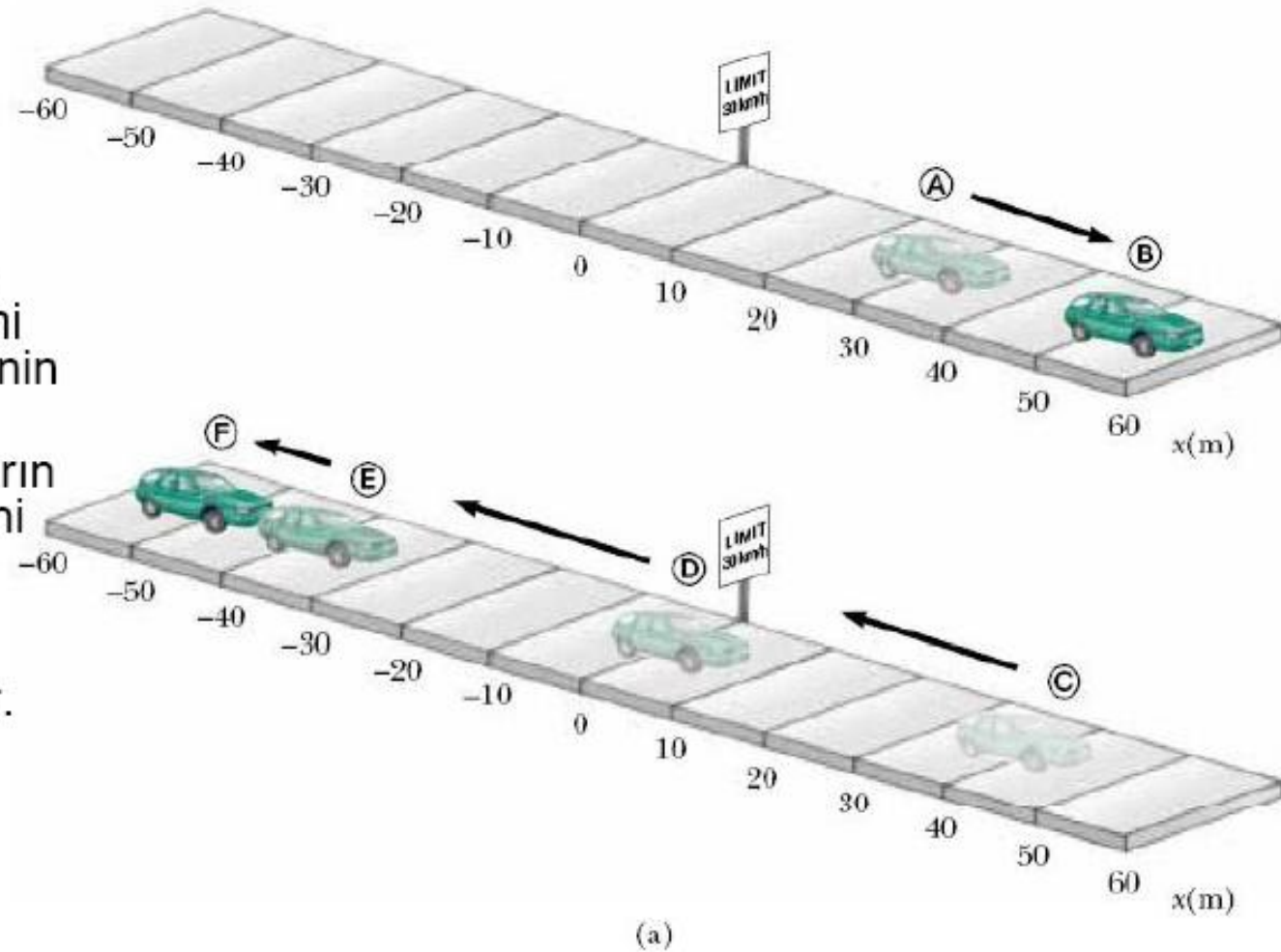
Hareket eden parçacığın aldığı yol ile yerdeğiştirmesi aynı değildir!!!

Yerdeğiştirme vektörel bir nicelikdir

1.1 Konum, hız ve sürat

- Bir parçacığın konumu seçilen koordinat sistemi referansına yerinin belirlenmesidir.

(a) Şekilde arabaların konumu x-ekseni boyunca bir başlangıç veya orijine göre belirlenmektedir.



➤ Bir parçacığın ortalama hızı, parçacığın yerdeğiştirmesinin, bu yerdeğiştirme süresine oranı olarak tanımlanır

$$\overline{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

➤ Ortalama sürat hareket boyunca alınan toplam yolun geçen toplam zamana oranıdır

$$\text{ortalama sürat} \equiv \frac{\text{toplam yol}}{\text{toplam zaman}}$$

➤ Ani hız, $\Delta x / \Delta t$ oranının Δt sıfıra giderken aldığı değerdir;

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

➤ Bir parçacığın ani sürati, onun hızının büyüklüğü olarak tanımlanır ve konum zaman grafiğinin herhangi bir noktasındaki eğimine eşittir.



Konum, hız ve sürat

(b) Parçacığın
konum-zaman
grafığı

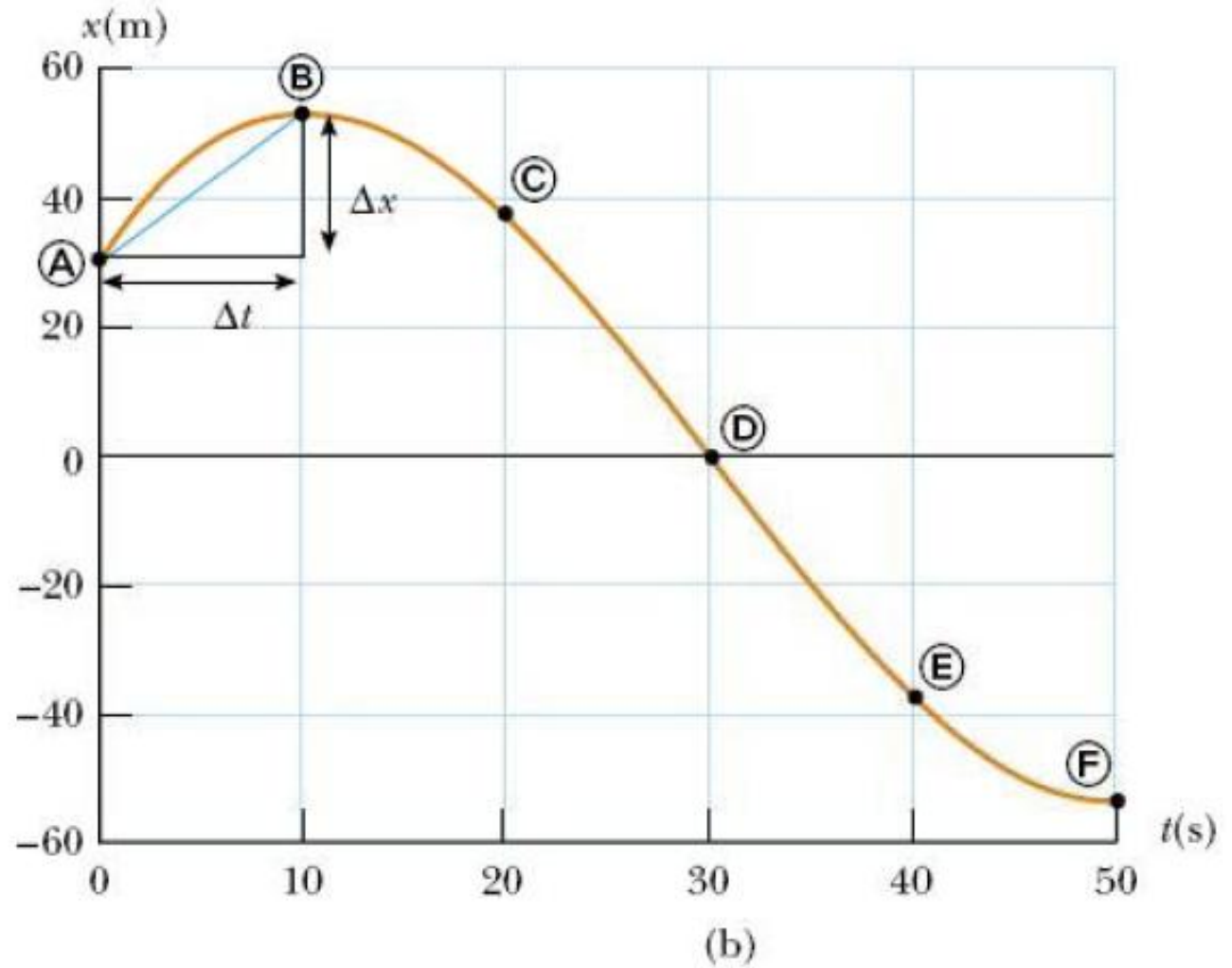
Parçacığın
yerdeğiştirmesi

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Δ - yerdeğiştirme

x_f - son konum

x_i - ilk konum





Ortalama hız

Parçacığın yerdeğiştirmesinin bu yerdeğiştirme için geçen süreye oranını ortalama hız olarak tanımlayabiliriz.

Birimi metre / zaman şeklindedir.

Önceki şekildeki ilk konum A- noktasındaki konum 30 m, son konumu 52 m dir. Yerdeğiştirme $52 - 30 = 22$ m dir. Bu yerdeğiştirme için geçen süre ise 10 saniyedir. Bu durumda ortalama hız $22/10 = 2.2$ m/s dir.

$$\bar{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



Ortalama sürat

- Alınan yolların toplamının toplam süreye oranıdır.

$$\text{Ortalama sürat} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam süre}}$$

A-F noktaları arasındaki ortalama hız ve sürat

yerdeğiştirme

$$\Delta x = x_F - x_A$$

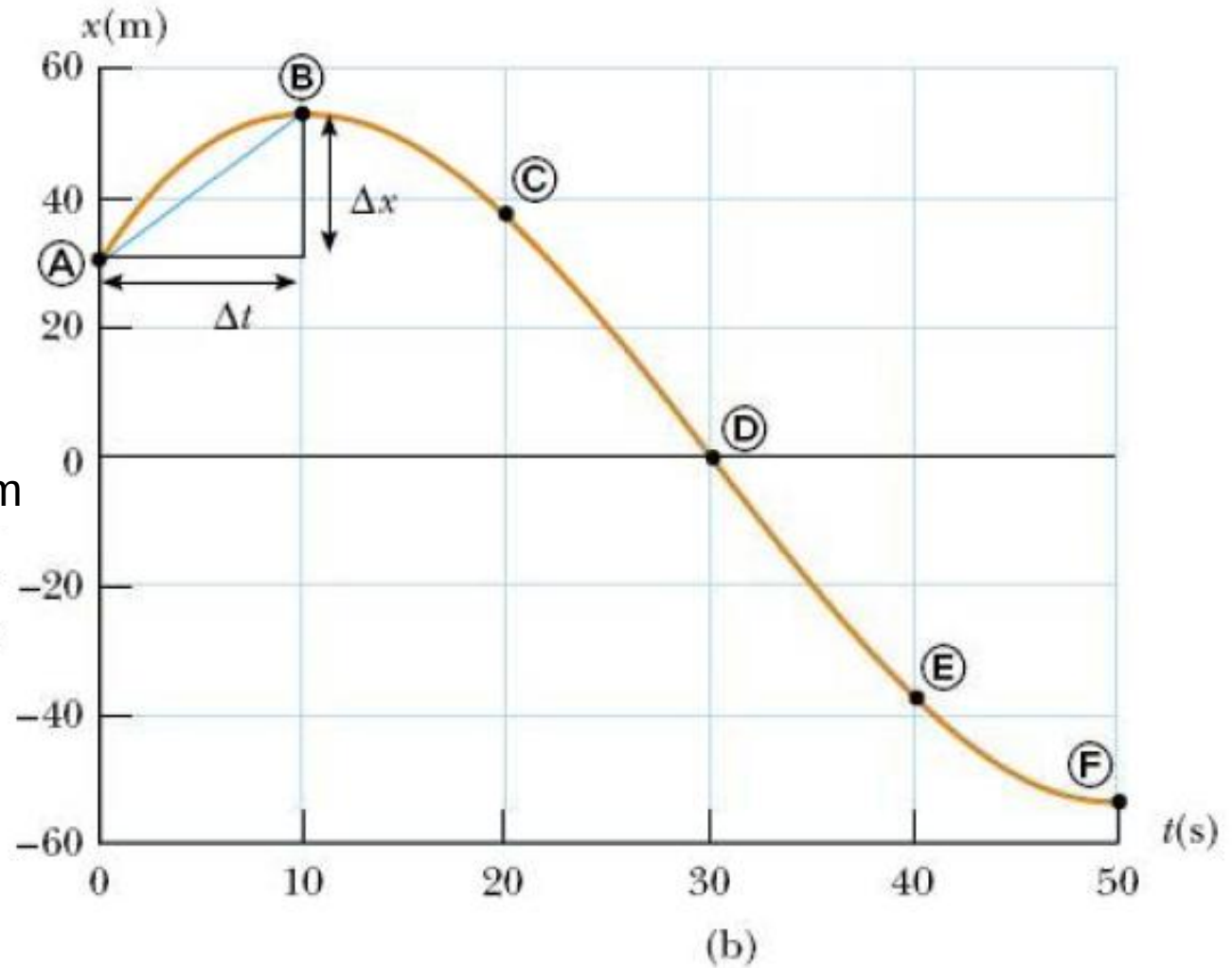
$$= -53 - 30 = -83 \text{ m}$$

$$\text{Ortalama hız} = \frac{-83 \text{ m}}{50 \text{ s}}$$

$$= -1.7 \text{ m/s}$$

$$\text{Ortalama sürat} = \frac{127 \text{ m}}{50 \text{ s}}$$

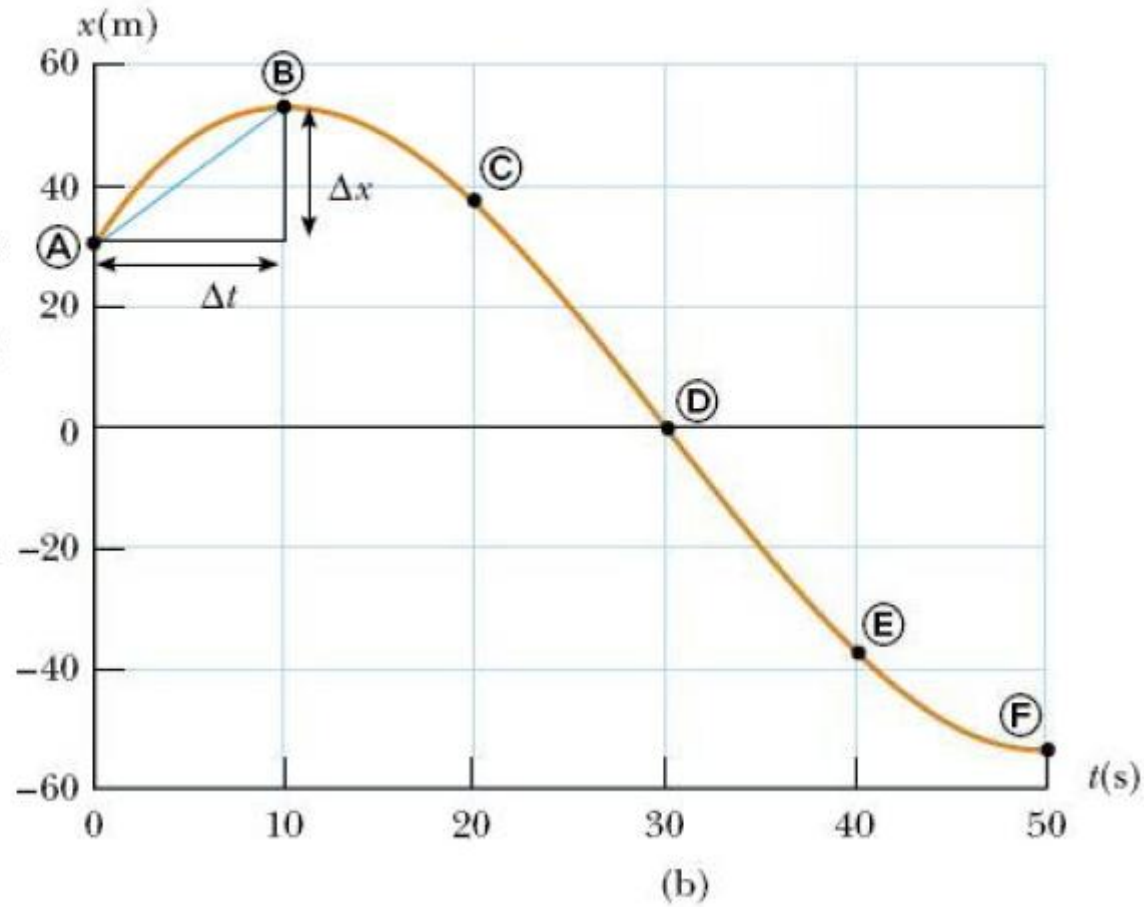
$$= 2.5 \text{ m/s}$$





2.2 Anlık hız ve sürat

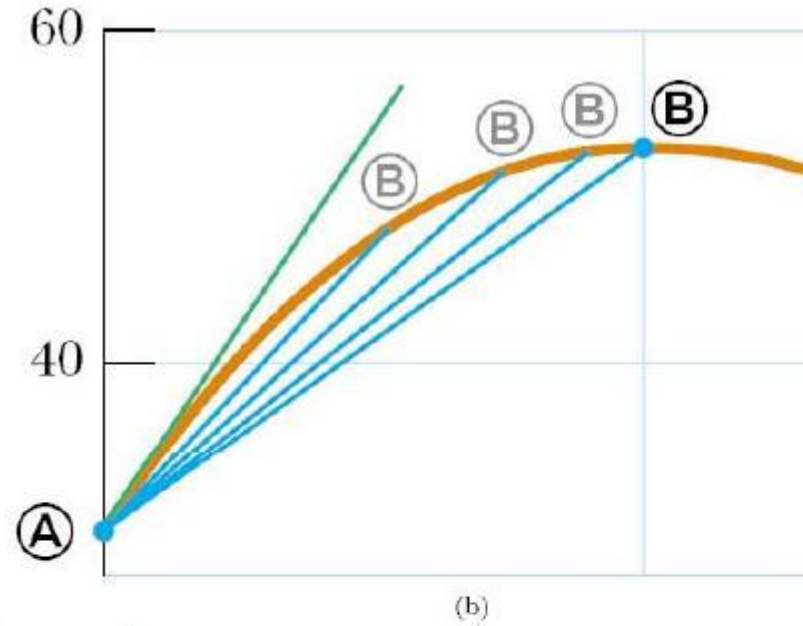
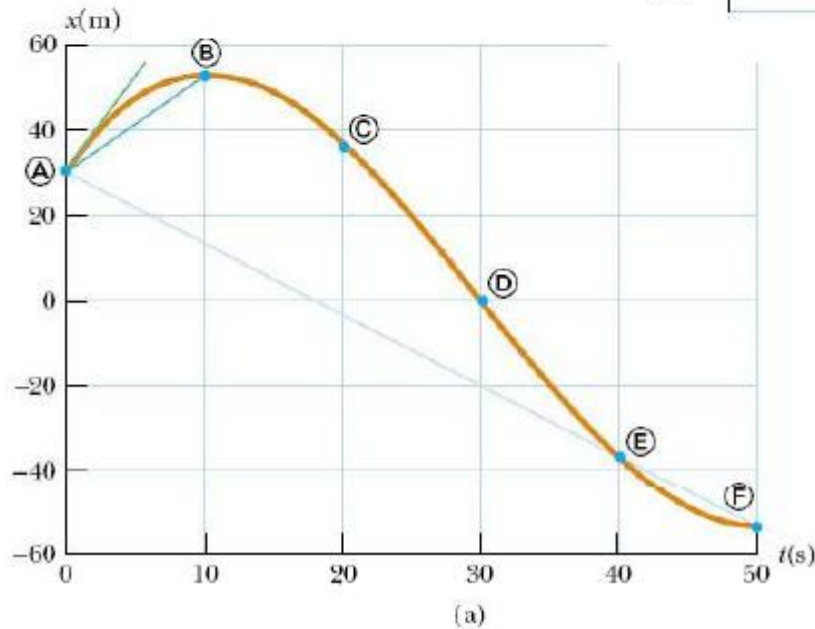
Bazen ortalama hız veya sürat yerine daha küçük zaman dilimlerindeki anlık hız ve sürat değerlerinin bilinmesi daha yararlı olur. Yani A noktasında, B noktasında vb.





Anlık hız ve sürat

(a) Arabanın hareketi (b) B noktasındaki konum daha ayrıntılı olarak verilmiştir.



$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$



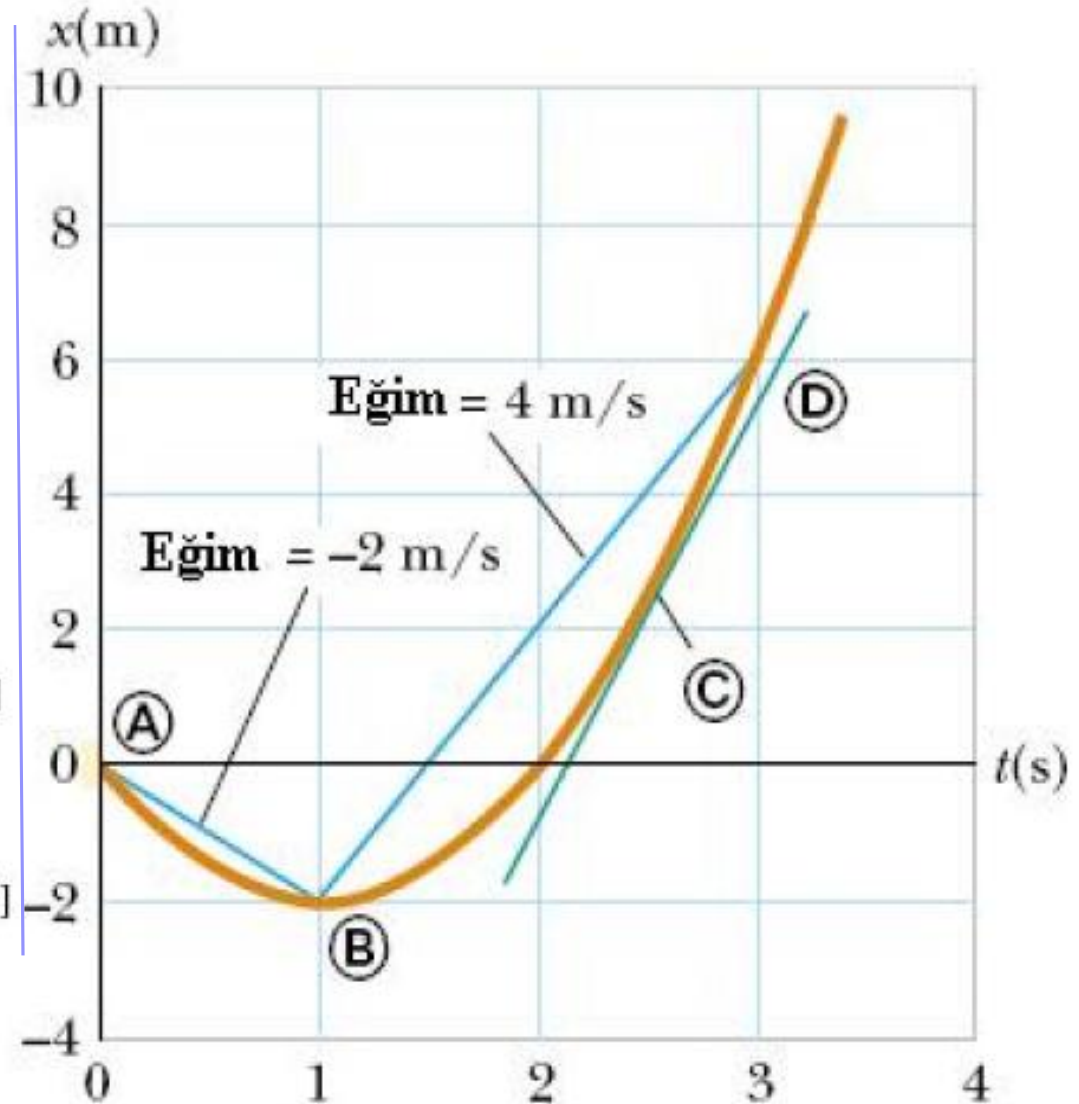
Örnek 1.1 Ortalama ve anlık hız

Bir cismin konum-zaman grafiği $x(t) = -4t + 2t^2$ fonksiyonu ile verilmektedir. T-saniye cinsindendir.

- $0 \leq t \leq 1$ ve $1 \leq t \leq 3$ zaman aralıklarındaki yerdeğişirmeyi hesaplayınız.
- $0 \leq t \leq 1$ ve $1 \leq t \leq 3$ zaman aralıklarındaki ortalama hızı hesaplayınız.

$$\begin{aligned}\Delta x_{A \rightarrow B} &= x_f - x_i = x_B - x_A \\ &= [-4(1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2] \\ &= -2 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta x_{B \rightarrow D} &= x_f - x_i = x_D - x_B \\ &= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2] \\ &= +8 \text{ m}\end{aligned}$$





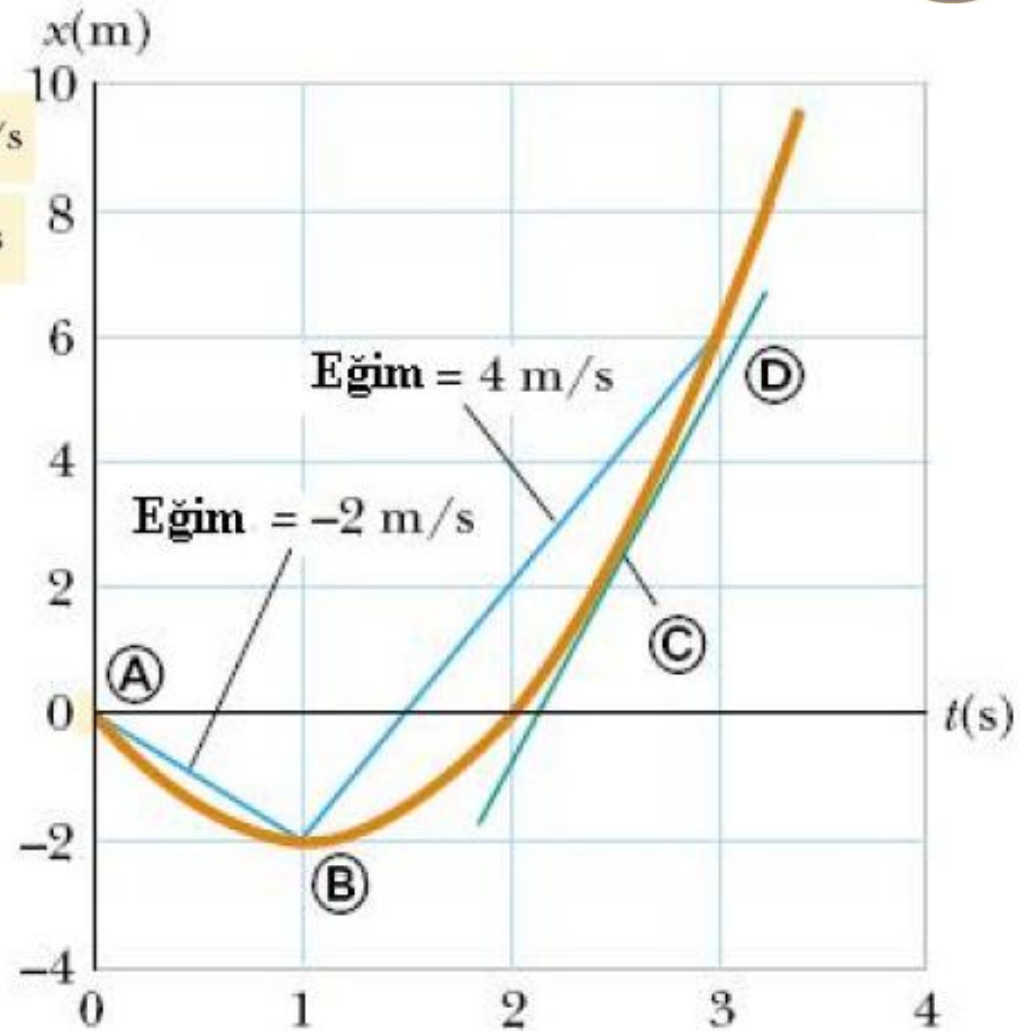
Örnek 1.1 Ortalama ve anlık hız

$$\bar{v}_{x(A \rightarrow B)} = \frac{\Delta x_{A \rightarrow B}}{\Delta t} = \frac{-2 \text{ m}}{1 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}$$

$$\bar{v}_{x(B \rightarrow D)} = \frac{\Delta x_{B \rightarrow D}}{\Delta t} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = +4 \text{ m/s}$$

$t = 2.5$ saniyedeki anlık hız ise
 $v_x = +6 \text{ m/s}$ dir.

(fonksiyon türevinden elde edilir)





1.3 İvme

- Eğer cismin hızı da zamana bağlı olarak değişiyorsa bu yeni duruma *ivme* ismi verilir. Aşağıdaki gibi gösterilebilir. Birimi metre / s² dir

$$\overline{a}_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i}$$

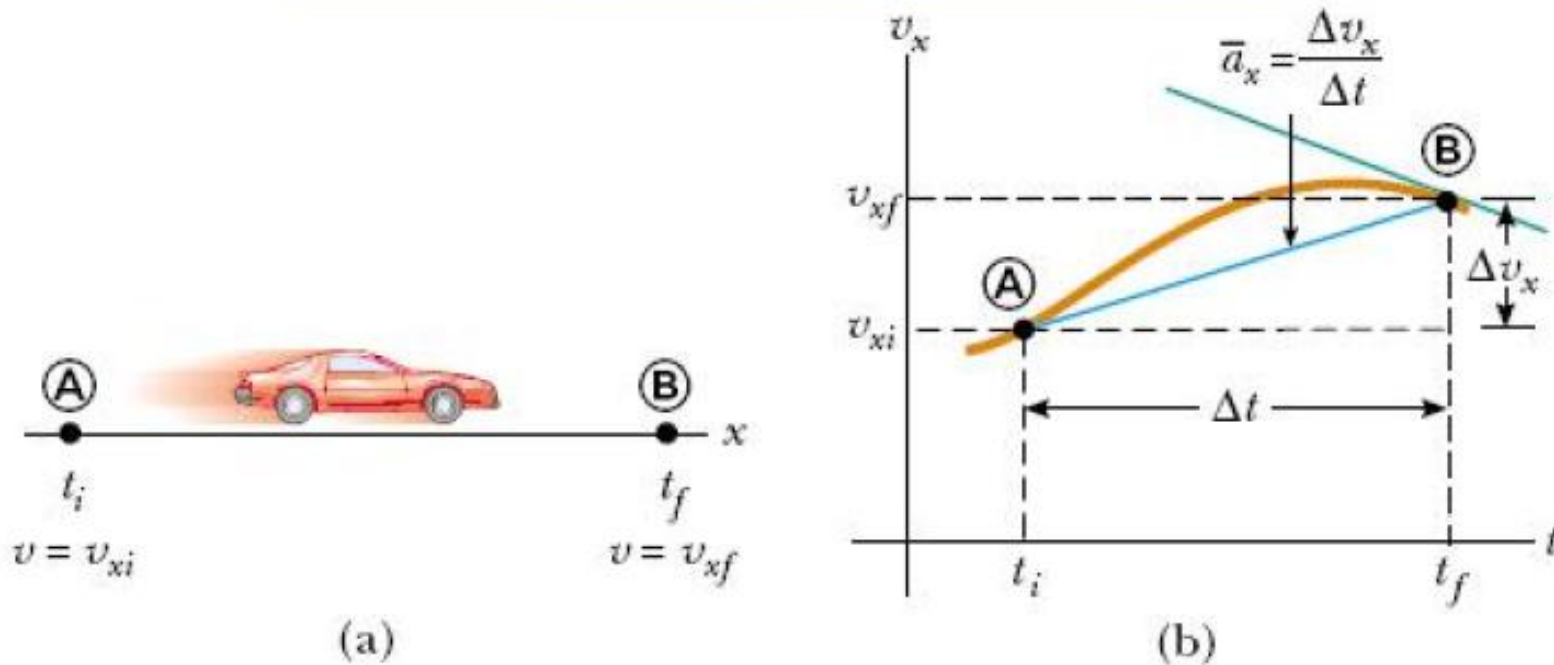
Bir parçacığın hızı zamana göre değişiyorsa parçacık ivmeli hareket ediyor demektir



Anlık ivme

- Daha küçük zaman aralıklarındaki hız değişimlerini bilmek önemli ise bu aşağıdaki gibi formül ile elde edilebilir:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$





Anlık ivme

Bir nesne bir çizgi boyunca hareket ediyorsa bu cismin hızının ve ivmesinin yönleri hakkında şunlar söylenebilir:

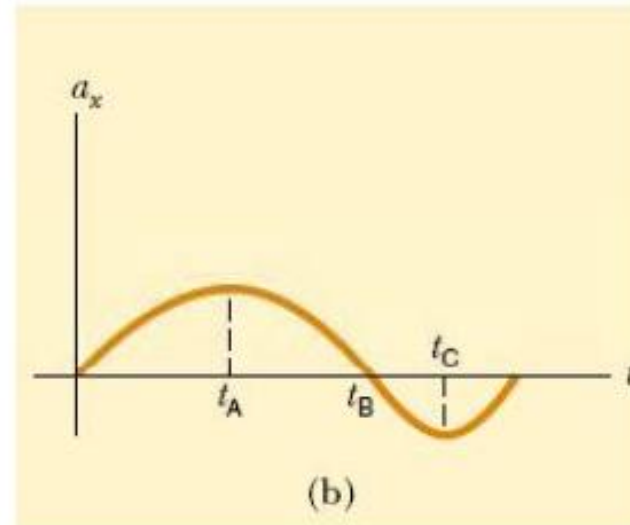
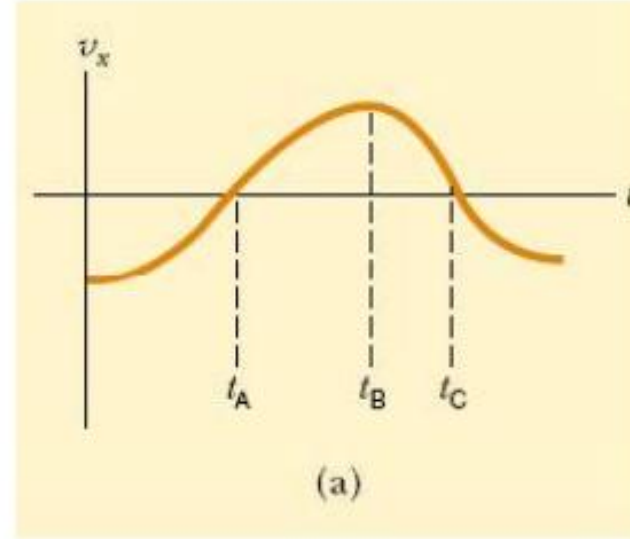
- Eğer hız ile ivme aynı yönlerde ise cismin sürati artıyordur,
- Cismin hızı ile ivmesi farklı yönlerde ise sürati azalıyordur.



Anlık ivme

Ani ivme hız-zaman grafiğinden elde edilebilir.

- (a) Her anlık değer a_x ivmesinin t zamanına göre grafiğinden bulur.
- (b) v_x in t ye göre grafiğinin eğiminden yani (a) daki iki noktayı birleştiren çizginin tanjant değerinden hesaplanır.



x , v_x , ve a_x

Anlık hız $x-t$ grafiğinin tanjant değerlerinden hesaplanır.

$t = 0$ ve $t = t_A$, aralığında $x-t$ grafiğinin eğimi artmaktadır. Yani hız da artmaktadır.

t_A ve t_B , aralığında $x-t$ grafiğinin eğimi sabittir ve hız sabit kalmaktadır.

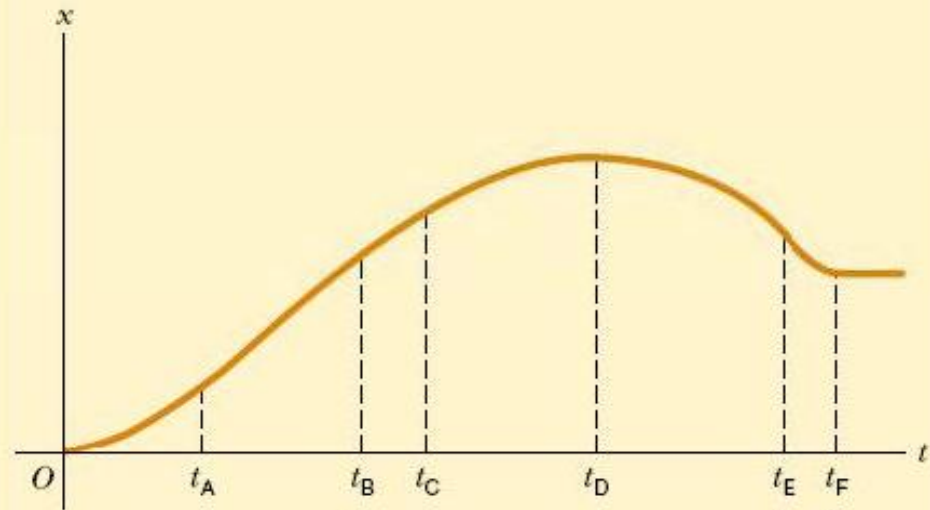
t_D , noktasında grafiğin eğimi $x-t$ grafiğinden sıfırdır, yani anlık hız sıfırdır.

t_D ve t_E , aralığında $x-t$ grafiğinin eğimi azalmaktadır yani hız negatiftir.

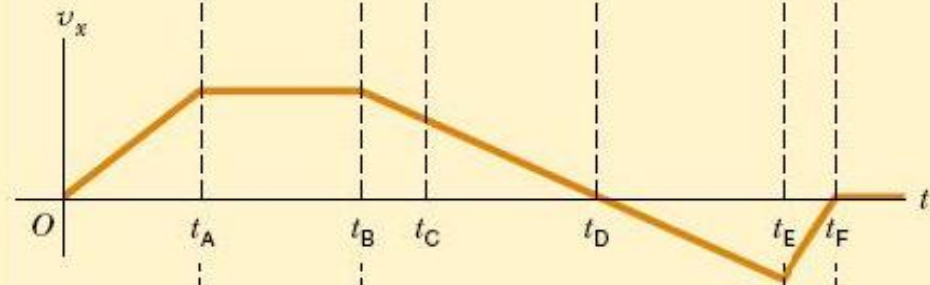
t_E ile t_F , aralığında $x-t$ grafiğinin eğimi negatiftir ve t_F de bu değer sıfırdır.

t_F , değerinden sonra ise $x-t$ grafiğinin eğimi sıfırdır ve cisim duruyordur.

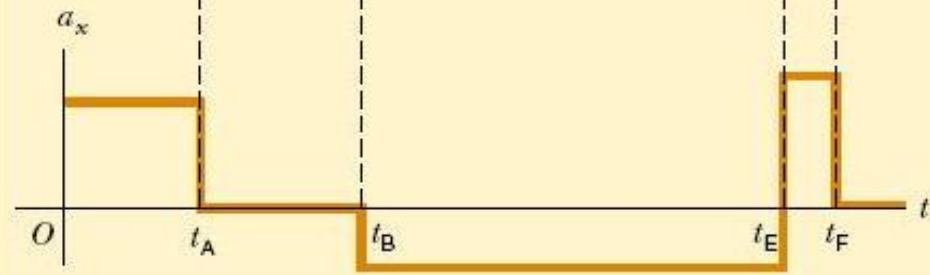
(a)



(b)



(c)





Örnek 1.2 Ortalama ve anlık ivme

x-ekseni boyunca hareket eden bir cismin hızı $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s olarak verilmektedir. Denklemdaki t zamanı göstermektedir.

(a) $0 \leq t \leq 2$ s aralığında ortalama ivmeyi hesaplayınız.

$$v_{xA} = (40 - 5t_A^2) \text{ m/s} = [40 - 5(0)^2] \text{ m/s} = +40 \text{ m/s}$$

$$v_{xB} = (40 - 5t_B^2) \text{ m/s} = [40 - 5(2)^2] \text{ m/s} = +20 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}\bar{a}_x &= \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{(20 - 40) \text{ m/s}}{(2.0 - 0) \text{ s}} \\ &= -10 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$



Örnek 1.2 Ortalama ve anlık ivme

(b) $t = 2$ s deki anlık ivmeyi hesaplayınız.

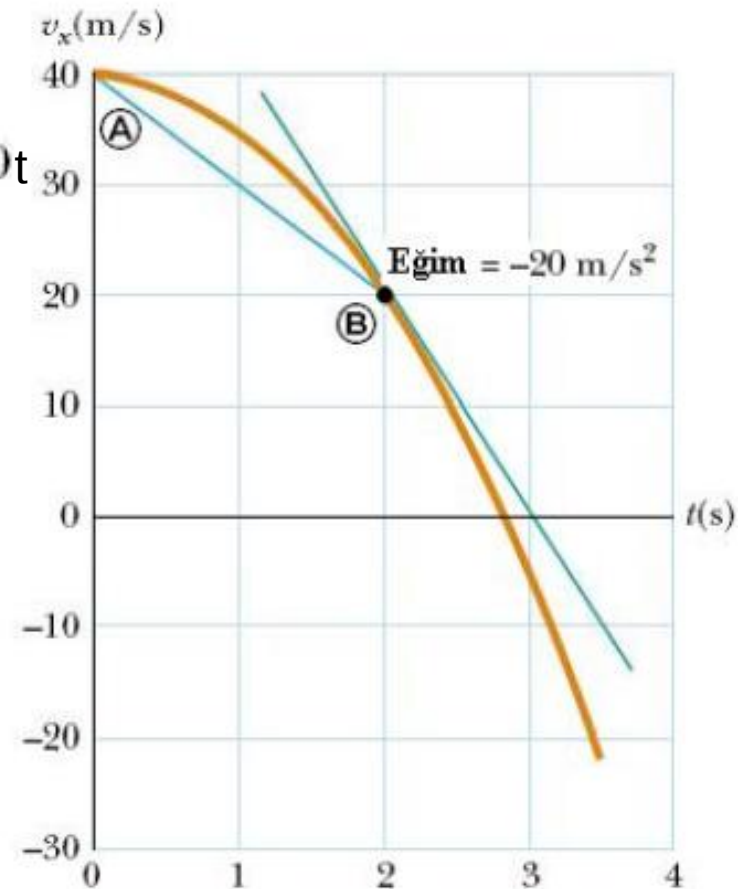
$$v_{xi} = (40 - 5t^2) \text{ m/s}$$

$$v_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t \Delta t - 5(\Delta t)^2$$

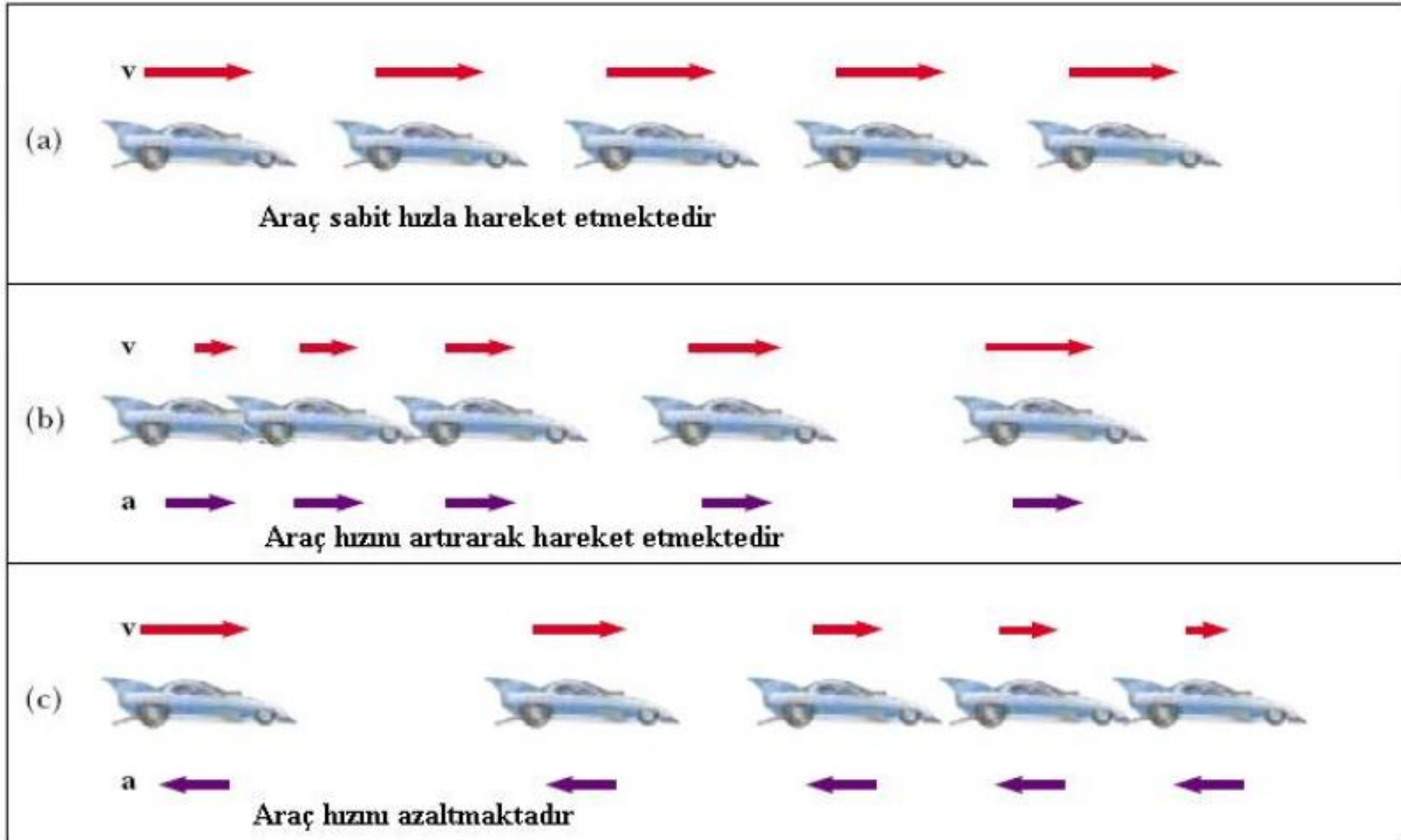
$$\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi} = [-10t \Delta t - 5(\Delta t)^2] \text{ m/s}$$

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t$$

$$a_x = (-10)(2.0) \text{ m/s}^2 = -20 \text{ m/s}^2$$



1.4 Hareket diyagramları





İvme sabit olduğunda, ortalama ivme ani ivmeye eşit olur. Hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır.

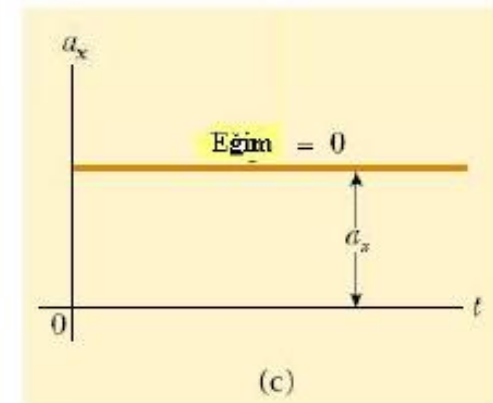
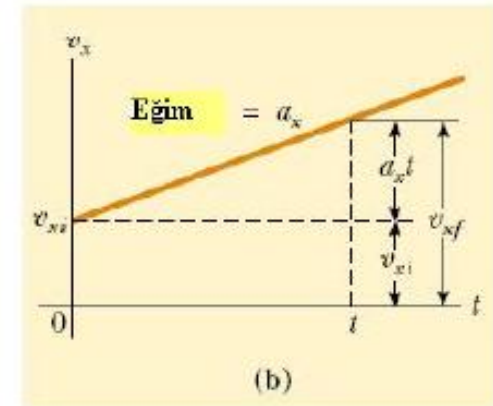
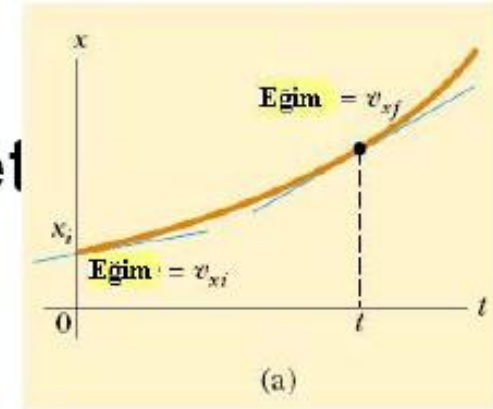
$$a_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t} \quad ; \text{burada } t_i=0 \text{ ve } t_s=t \text{ alınmıştır}$$

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \quad (a_x \text{ sabit})$$

1.5 Tek boyutta sabit ivmeli hareket

Bir parçacığa ait

- a) konum-zaman,
- b) hız-zaman ve
- c) ivme-zaman grafikleri





Sabit ivmeli hareket

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t - 0}$$

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \quad (\text{sabit } a_x) \quad \bar{v}_x = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} \quad \text{sabit } a_x$$

$$x_f - x_i = \bar{v}t = \frac{1}{2} (v_{xi} + v_{xf}) t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2} (v_{xi} + v_{xf}) t \quad \text{sabit } a_x$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2} [v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)] t$$

$$x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad \text{sabit } a_x$$



Sabit ivmeli hareket

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) \left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x} \right) = \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2a_x} + x_i$$

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x (x_f - x_i)$$



Kinematik denklemler

Eşitlik	Denklemlerle verilen bilgi
$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Zaman bağlı hız
$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Hız ve zaman bağlı konum
$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Zamanın fonksiyonu olarak konum
$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Konuma bağlı olarak hız



Örnek 1.3 Otoyol trafiğine girmek

(A) yokuş-yukarı otoyola girerken ivmenizin ne olacağını tahmin ediniz.

Bu problemi çözerken a_x için yaklaşık değerler alabiliriz. Diğer değişkenler ise konum, hız ve zamandır. Son hızımızı yaklaşık olarak 100 km/h alarak akan trafiğe girebileceğimizi kabul edelim., bu değer MKS birim sistemine çevrilmesi gerekmektedir: (1 000 m/1 km) ile kilometreyi metreye ve (1 saat/3 600 saniye) ile saati saniyeye çevrilir. Son hızı yaklaşık olarak 3 e bölündüğünü yani $v_{xf} = 30$ m/s alalım. Başlangıç hızımızda son hızın 1/3 olarak alırsak $v_{xi} = 10$ m/s.

Son olarak 10 saniyelik süre içinde trafiğe karıştığımız düşünelim. Bunu günlük hayatınızda da tecrübe edebilirsiniz. Aşağıda ortalama ivme verilmektedir:

$$\begin{aligned}\bar{a}_x &= \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} \\ &= 2 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$



Örnek 1.3 Otoyol trafiğine girmek

(B) Bu ivme ve zamanın yarısında ne kadar yol alırız? İvmemizin sabit kaldığını kabul ederek bu soruya cevap bulabiliriz.

$$\begin{aligned}x_f &= x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\&\approx 0 + (10 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + \frac{1}{2} (2 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2 = 50 \text{ m} + 25 \text{ m} \\&= 75 \text{ m}\end{aligned}$$



Örnek 1.4 Bir uçağın uçak gemisine inişi

Bir jet uçak gemisine 140 mi/saat (63 m/s) ilk hızı ile inmek ve 2 s içinde durmak istemektedir. Durma esnasındaki ivmesi ne olur? Uçak bu süre zarfında ne kadar yol alır?

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}}$$
$$= -31 \text{ m/s}^2$$

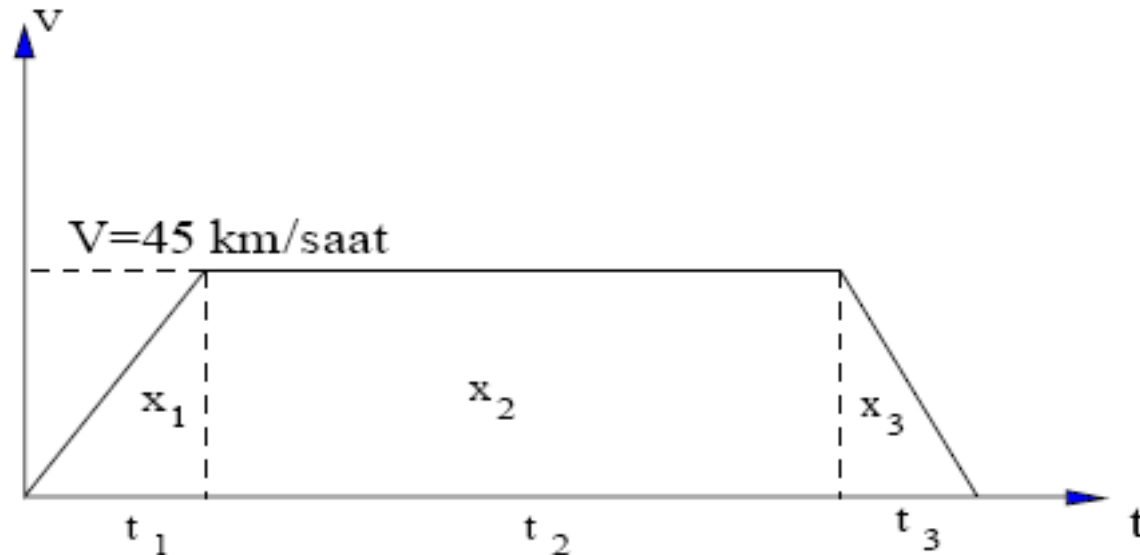
$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = 0 + \frac{1}{2}(63 \text{ m/s} + 0)(2.0 \text{ s})$$
$$= 63 \text{ m}$$

ÖRNEK PROBLEMLER.

1) Bir yeraltı metrosu iki istasyon arasını değişik üç türlü hareket yaparak 6 dakikada gidiyor. Bu hareketlerden birincisi, 300 m. üzerinde düzgün hızlanan, ikincisi 45 km / saat hızla düzgün hareket ve üçüncüsü 200 m. yol üzerinde düzgün yavaşlayan harekettir. **a-** Hareketin hız -zaman diyagramını çiziniz ve v 'nin fonksiyonu olarak her hareketin devam süresini, **b-** düzgün harekette alınan yolu ve düzgün değişen hareket ivmelerini, **c-** iki istasyon arasındaki uzaklığı hesaplayınız.

Çözüm; Hareketin hız zaman diyagramı (Şekil 10).da gösterilmiştir.

$$45 \text{ km/saat} = 45 \cdot 1000 / 3600 = 12,5 \text{ m/s..}$$



a- Birinci hızlanan harekette $x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$ ve $v = a_1 \cdot t_1$ bağıntılarından,

$$t_1 = 2 \frac{x_1}{v} = 2 \frac{300}{12,5} = 48 \text{ s.}$$

ikinci düzgün hareket;

$$t_2 = \frac{x_2}{v} = \frac{x_2}{12,5}$$

üçüncü düzgün yavaşlayan hareket $x_3 = vt_3 - \frac{1}{2} a_3 t_3^2$ ve $v_3 = v - a_3 \cdot t$ ve metro durunca $v_3 = 0$

olacağından bu son bağıntılardan,

$$t_3 = 2 \frac{x_3}{v} = 2 \frac{200}{12,5} = 32 \text{ s}$$

b- $t_1+t_2+t_3=360$ s olacağından, $48+\frac{x_2}{12,5}+32=360$ ve $x_2=3500$ m.

$$a_1=\frac{v}{t_1}=\frac{12,5}{48}=0,26 \text{ m/s}^2 \qquad a_3=\frac{v}{t_3}=\frac{12,5}{32}=0,39 \text{ m/s}^2$$

c - $x=x_1+x_2+x_3=300+3500+200=4000$ m =4 km.

3) Bir cisim yatay bir buz tabakası üzerinde itiliyor ve 5s. sonra 25 m. uzakta duruyor. Cisme verilen ilk hızı hesaplayınız.

Cevap; Cisim burada düzgün yavaşlayan bir hareket yapar. Buna göre cismin durması için geçen zaman ve alacağı yol,

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \text{ ifadesinde} \quad v_0 = a t \quad a = \frac{v_0}{t} \text{ yerine konursa}$$

$$x = \frac{v_0 t}{2} \text{ elde edilir. Burada } v_0 = \frac{50}{5} = 10 \text{ m/s} \quad a = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

4) Bir uçak havalanırken pistte sabit ivme ile 30s. gittikten sonra havalanmaktadır, havalanma anındaki hızı hesaplayınız.

Cevap ; Başlangıçta uçak durduğuna göre ilk hız $v_0=0$ dır. $x = \frac{1}{2} a t^2$ ve $a = \frac{2x}{t^2}$ dir. Buradan,

$$a = 2 \frac{1200}{(30)^2} = \frac{24}{9} = 2,67 \text{ m/s}^2$$

ve kalkış anındaki hız,

$$v = a.t = \frac{24}{9} 30 = 80 \text{ m/s.} = 288 \text{ km/saat.}$$

5) Oto sürücülerinin ortalama reaksiyon süresi 0,7s. kadardır (reaksiyon süresi, sürücünün dur işaretini gördükten fren yapıncaya kadar geçen zaman aralığıdır). Bir oto 16 m/s^2 'lik ivme ile yavaşlayabildiğine göre, işaret görüldükten duruncaya kadar, **a**-İlk hız 30 km/saat, **b**-İlk hız 60 km/saat olduğuna kadar gidilen yolu bulunuz.

Cevap; **a**-sürücü fren yapıncaya kadar bir reaksiyon süresi geçtiğine göre, bu sürede oto o anda sahip olduğu hızla, bir x_0 yolunu alacaktır. Reaksiyon zamanı t_0 otonun ilk hızı v_0 ise, alınan yol $x_0 = v_0 t_0$ olur.

$$v_0 = 30 \text{ km/saat} = 30 \cdot 1000 / 3600 = \frac{25}{3} \text{ m/s.} \quad t_0 = 0,7 \text{ s. ve } x_0 = v_0 t_0 = \frac{25}{3} \cdot 0,7 = 5,8 \text{ m.}$$

Otonun duruncaya kadar aldığı yol, $x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ dir. Oto durduğunda hızı sıfır olacağından,

$$v = v_0 - a \cdot t = 0, \quad \text{ve} \quad t = \frac{v_0}{a} = \frac{25/3}{16} = 0,52 \text{ s. olur.} \quad \text{Değerler yol bağıntısında yerine iletilirse,}$$

$$x = 5,8 + \frac{25}{3} \cdot 0,52 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (0,52)^2 = 7,97 \text{ m.} \quad \text{bulunur.}$$

$$\text{b-} \quad v_0 = 60 \text{ km/saat} = \frac{50}{3} \text{ m/s.}, \quad x_0 = \frac{50}{3} 0,7 = 11,66 \text{ m.}, \quad v = v_0 - at = 0$$

dan,

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{50}{3} / 16 = 1,04 \text{ s ve } x = 11,66 + \frac{50}{3} 1,04 - \frac{1}{2} 16 \cdot (1,04)^2 = 20,34 \text{ m.}$$

6) Trafik işareti yeşil yanar yanmaz, kavşakta bekleyen bir oto 6 m/s^2 lik ivme ile harekete başlıyor. Aynı anda 30 m/s. lik sabit hızla giden bir kamyon otoyolu geçiyor. **a-** oto hareket noktasından ne kadar uzakta kamyonu geçecektir?, **-b-** otonun kamyonu geçme hızını bulunuz.

Cevap; **a-**İki hareketli aynı anda kavşaktan geçtiklerine ve bir süre sonrada aynı noktada birleştiklerine göre, bu iki nokta arasında iki aracın aldığı yol ve bu yolu almak için geçen zaman aynıdır. Ortak zaman t ise,

Kamyonun aldığı yol, $x_1 = v \cdot t$ ve otonun aldığı yol $x_2 = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ olur.

$x_1 = x_2$ den $t = \frac{2v}{a}$ bulunur. Verilen değerler yerine iletilirse,

$$t = \frac{2v}{a} = 2 \frac{30}{6} = 10 \text{ s} \quad \text{bulunur.}$$

Kamyon 10s de $x_1=v.t=30.10=300$ m yol alır. Oto kamyonu kavşaktan 300 m. sonra geçer.

b- Kamyonu geçerken otonun hızı, $v=v_0+a.t=0+6.10=60$ m/s olur.

7) Bir uçurumun kenarından bir taş serbest bırakılıyor ve 1s. sonra 60 m/s lik bir hızla ikinci bir taş düşey olarak aşağı doğru atılıyor. Uçurumun tepesinden ne kadar aşağıda ikinci taş birinci taşa yetişir?

Çözüm; Birinci taşın ilk hızı sıfırdır ve birinci taşın atılmasından t s. sonra ikinci taş birinci taşa yetişsin. Birinci taşın bu t s. de alacağı yol $h_1=(1/2)gt^2$ dir. İkinci taş 1s sonra atıldığından birinciye yetişinceye kadar (t-1) s hareket eder ve $v_0=60$ m/s ilk hızla atıldığına göre bu sürede alacağı yol,

$h_2 = v_0.(t-1) + \frac{1}{2} g.(t-1)^2$ olur. İkinci taş birinciye yetiştiğine göre $h_1=h_2$ olacağından,

$$\frac{1}{2} g t^2 = v_0(t-1) + \frac{1}{2} g (t-1)^2 \quad \text{ve buradan,}$$

$$t = v_0 - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0} - g = 60 - \frac{1}{2} \frac{9,8}{60} - 9,8 \quad \text{ve } t = 1,09s \quad \text{bulunur.}$$

İki taşın karşılaştığı noktanın uçurumun tepesine olan uzaklığı,

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (1,09)^2 = 5,82 \text{ m.dir.}$$

8) Bir balon 16 m/s lik hızla yükselmektedir ve balonun yerden 64 m . yükseklikte olduğu anda bir kum torbası bırakılıyor. **a-**kum torbasının atıldıktan, 0,25, 0,5, 1 ve 2s. sonraki yerini ve hızını hesaplayınız. **b-**kum torbasının atıldıktan sonra yere varması için geçen zamanı bulunuz.

Çözüm; **a-** Kum torbasının atıldığı noktanın koordinatları (0, 0) alınmıştır. Kum torbasının ilk hızı balonun hızına ($v_0=16 \text{ m/s}$) eşit ve yukarı yönlü olur ve

$t_1=0,25\text{s}$ yeri, yerden yüksekliği ve hızı

$$h_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \quad h_1 = 16 \cdot 0,25 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (0,25)^2 = 3,7 \text{ m.} \quad \text{Bu durumda kum torbası}$$

$h=64+3,7=67,7 \text{ m.}$ yükseklikte ve 0,25s deki hızı

$$v_1 = v_0 - g \cdot t_1 = 16 - 9,8 \cdot 0,25 = 13,55 \text{ m/s} \quad \text{olur.}$$

$t_2=0,5s$ deki yeri, yerden yüksekliği ve hızı,

$$h_2=16.0,5 - \frac{1}{2} .9,8.(0,5)^2 = 6,77m., \quad h=64+6,775=70,77 \text{ m},$$

$$v_2=v_0-g.t_2=16 - 9,9.0,50=11,1 \text{ m/s}$$

$t_3=1s$ deki yeri, yerden yüksekliği ve hızı,

$$h_3=16.1 - \frac{1}{2} .9,8.1^2 =11,1 \text{ m.} \quad h=64+11,1=75,1 \text{ m ve hızı,}$$

$$v_3=6 - 9,8.1=6,2 \text{ m/s.}$$

$t_4=2s$ deki yeri, yerden yüksekliği ve hızı,

$$h_4=16.2 - \frac{1}{2} 9,8.2^2 =12,4 \text{ m.} \quad h=64+12,4 =76,4 \text{ m. ve hızı,}$$

$$v_4=16 - 9,8.2 = -3,6 \text{ m/s. taş belli bir maksimumdan sonra inişe geçmiştir.}$$

b- Seçilen dik koordinat sistemine göre, yer referans olarak alınınca (0,0) balonun yerden bulunduğu yükseklik - 64 m olur. Buna göre serbest düşmede kullanılan $h=v_0t-(1/2)g.t^2$ bağıntısındaki, h değeri de - (negatif) olmalıdır ve buna göre,

$$-64=16.t - \frac{1}{2} 9,8.t^2 \quad \text{den}$$

$$4,9.t^2 - 16t - 64=0 \text{ ve } t=5,6s \text{ bulunur.}$$

Negatif kökün fiziksel anlamı yoktur.

9) 4 m/s hızla yükselmekte olan bir balondan bırakılan bir kum torbası, atıldığından 6s sonra yere varıyor buna göre torbanın atıldığı andaki balonun yerden yüksekliğini hesaplayınız.

Çözüm; Bu sefer dik koordinat sistemi olarak yer küre (0,0) seçilsin , eğer kum torbası balonun yerden h yüksekliğinde bulunduğu noktada bırakılıyorsa, hareketlinin yörünge bağıntısı,

$y=h+v.t - \frac{1}{2} g.t^2$ olur. Kum torbası yere düşünce $y=0$ ve geçen zaman 6s olacağından, bağıntıya göre,

$0=h+4.6 - \frac{1}{2} 9,8.36$, ve buradan $h=152,4$ m. bulunur.

Bir cismin konumu zamanla

$$x(t) = 2t^3 - 5t + 20$$

şeklinde değişiyor.

- a) Hareketlinin 2 s anındaki konumu nedir?
- b) 3 s - 5 s arası yerdeğiştirmesini bulunuz.
- c) 3 s - 5 s arası ortalama hızını bulunuz.
- d) hareketlinin hızının zamana göre fonksiyonunu bulunuz.
- e) 4 s anındaki anlık hızını bulunuz.

ÇÖZÜM

- a) Konum denkleminde $t=2$ yazılırsa, 26 m bulunur. Demek ki kronometre 2 saniyeyi gösterdiği anda cisim +26 m konumunda bulunmakta

b) $t=3$ yazılırsa konum $x_1 = 59$ m. $t=5$ s anında $x_2 = 245$ m

yer değiştirme : $245 - 59 = 186$ m

c)
$$v_{ort} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$(245 - 59) / (5 - 3) = 93$ m/s

d) Konumun denklemini zamana göre türevi hız denklemdir. X in t ye göre türevi alınır;

$$v(t) = 6t^2 - 5$$
 bulunur

e) $V(t)$ denkleminde $t=4$ yazarsak, 89 m/s buluruz. Yani kronometre 4 s yi gösterdiği anda aracın anlık hızı 91 m/s imiş.



1.6 Serbest düşen cisimler



Galileo Galilei

Bütün cisimler eğer hava direnci ihmal edilirse dünyaya doğru yerçekim ivmesi ile hızlanarak düşerler. Bu görüş 1600 lü yıllara kadar kabul edilmedi. Büyük filozof Aristotle (384–322 B.C.) ağır cisimlerin hafif cisimlerden daha hızlı düştüğünü söylemişti. İtalyan Galileo Galilei (1564–1642) bunun doğru olmadığını Pisa Kulesi'nden farklı ağırlıktaki cisimleri yere bırakarak aynı anda yere yere vardıklarını gösterdi. Ayrıca eğik düzlemler üzerinde deneyler yaparak cisimlerin ivmelerindeki değişmeyi gözlemlemiştir.

Yerçekim ivmesi deniz seviyesine yakın yerlerde 9.80 m/s^2 olarak alınmaktadır.

İtalyan fizikçi ve astronom (1564-1642)

Serbest düşen cisim, başlangıçtaki hareketi ne olursa olsun sadece yerçekimi etkisi ile düşen cisimdir.

Serbest düşüş denklemleri;

$$v_s = -gt + v_i$$

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_s + v_i)$$

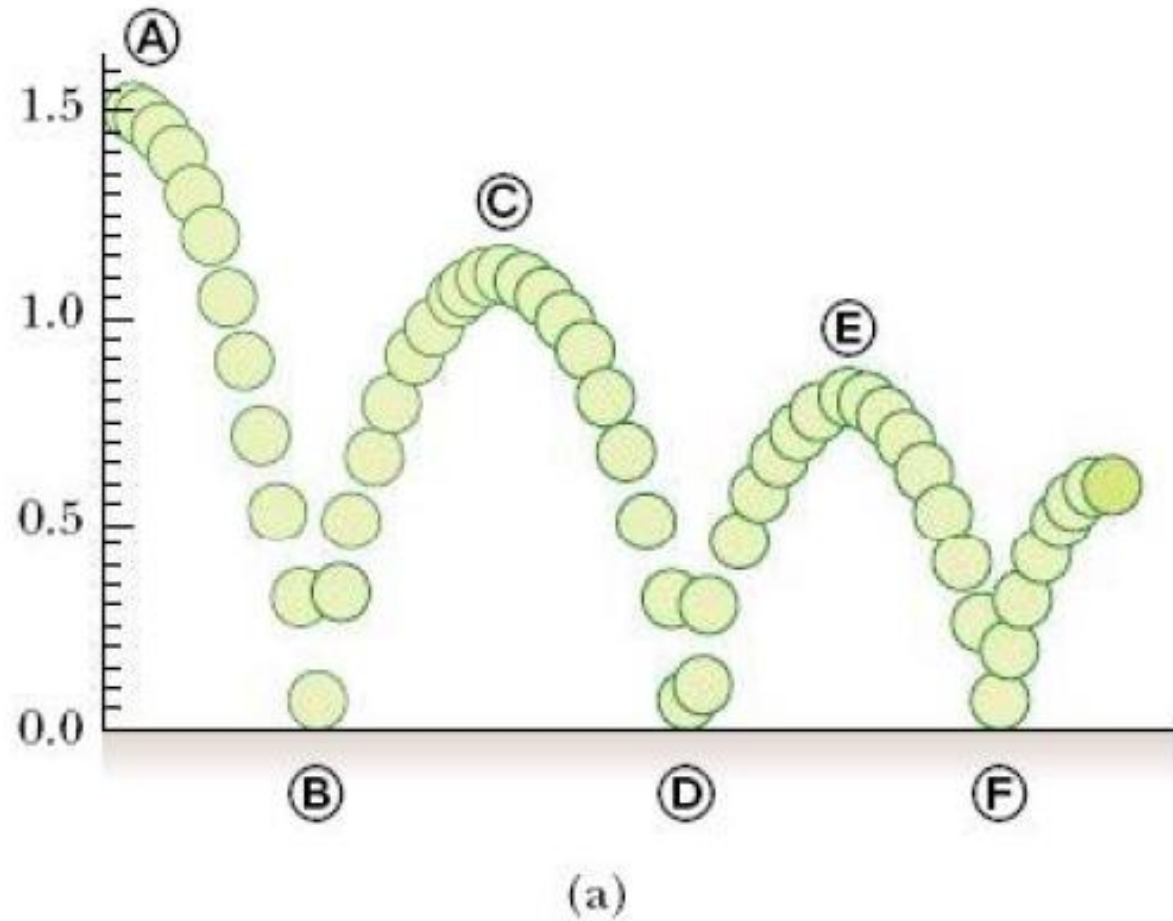
$$y_s = y_i + v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_s^2 = v_i^2 - 2g(y_s - y_i)$$

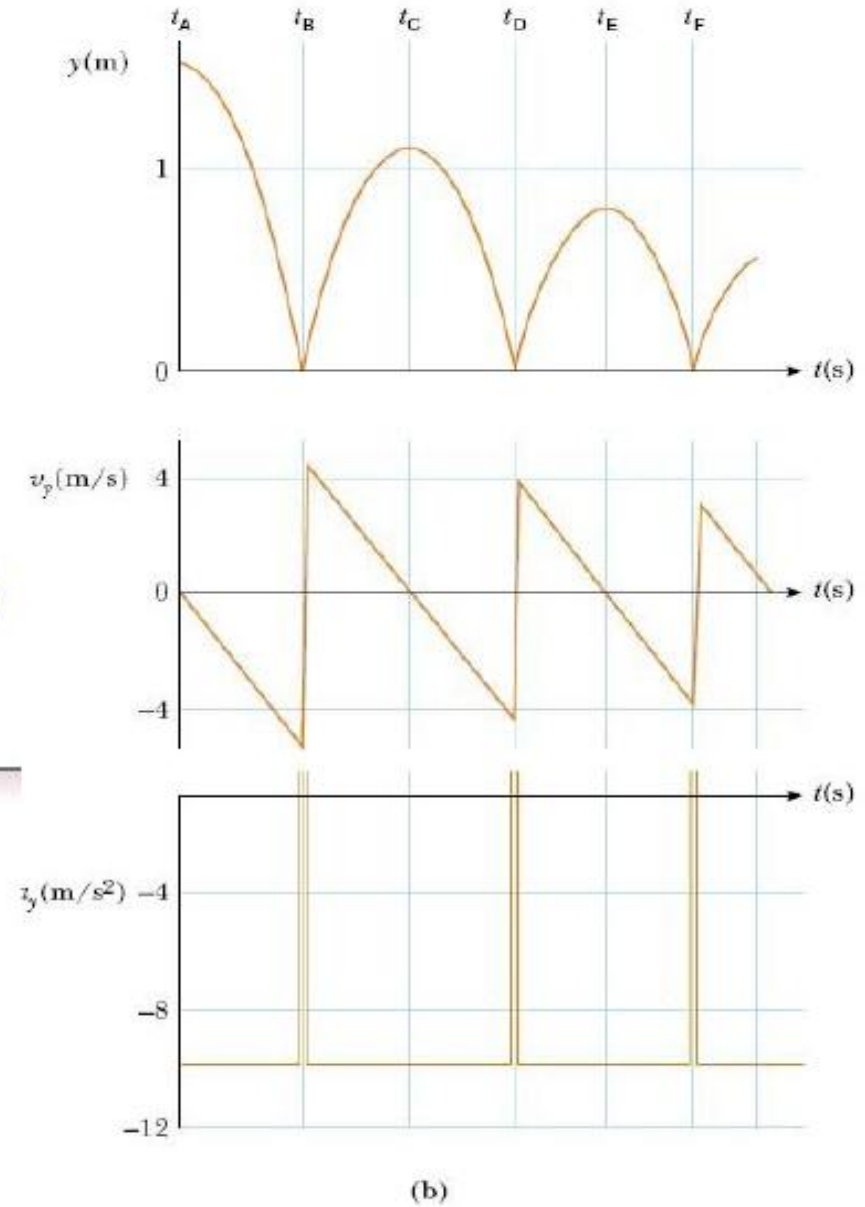
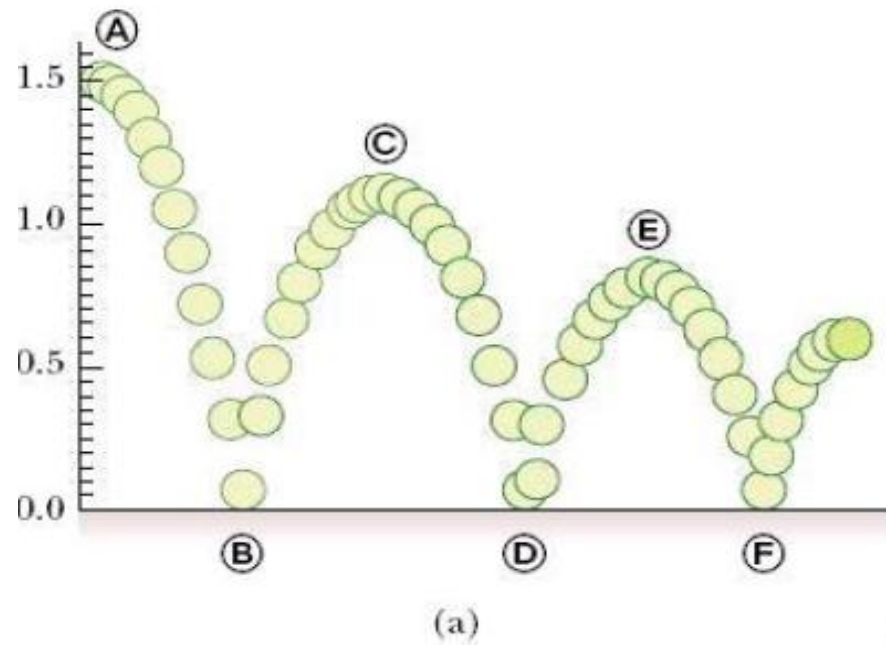


Örnek 1.6 Zıplayan top

Şekildeki gibi zıplayan bir topun konumunu, hızını ve ivmesini zamana göre değişim grafiğini çiziniz.



Örnek 2.6. Zıplayan top



Örnek 1.7 Yukarı doğru atılan taş

50 m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden 20.0 m/s ilk hızla bir taş yukarı doğru atılmaktadır. $t_A = 0$ s kabul ederek

- (A) Topun maksimum yüksekliğe ulaşması için geçen süreyi,
- (B) Maksimum yüksekliğini,
- (C) Taş yere düşerken atıldığı noktadan ne kadar süre sonra geçer?
- (D) Bu anda topun anlık hızı nedir?
- (E) Taşın $t = 5$ s deki konumu ve hızını belirleyiniz.

$$v_s = -gt + v_i$$

$$0 = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)t$$

$$t = t_B = \frac{20.0 \text{ m/s}}{9.80 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

$$y_{\max} = y_B = y_A + v_{yA}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$

$$y_B = 0 + (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2 = 20.4 \text{ m}$$

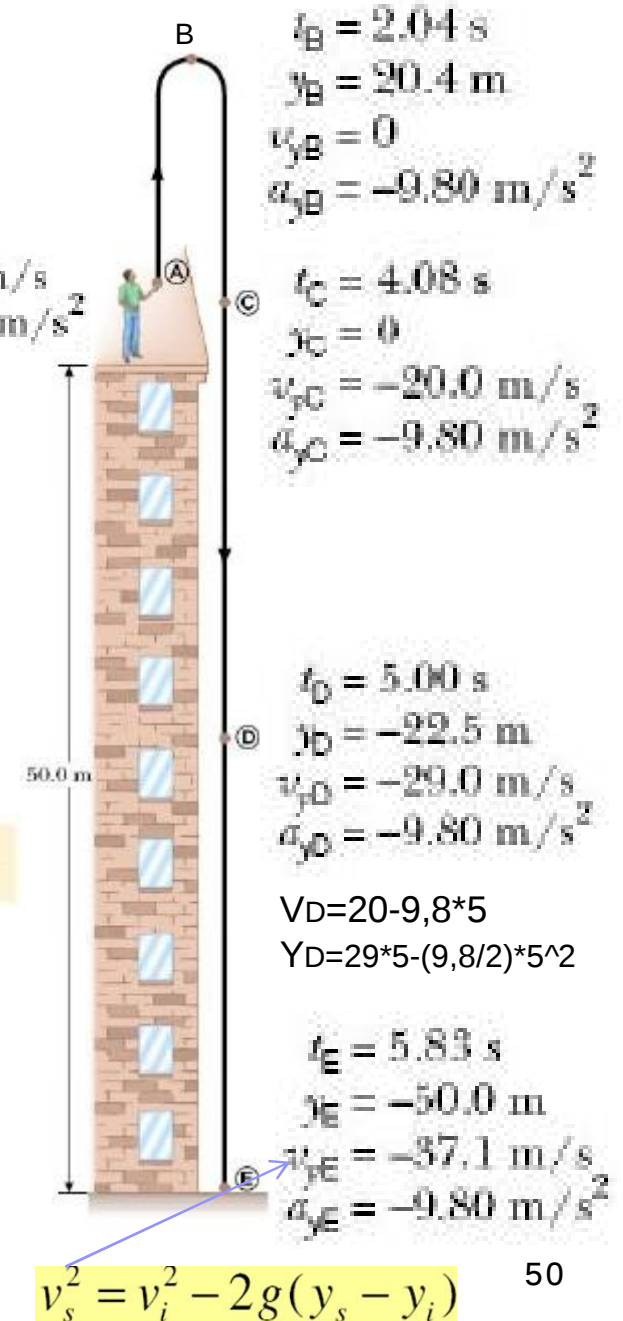
$$y_C = y_A + v_{yA}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$

$$0 = 0 + 20.0t - 4.90t^2$$

$$t(20.0 - 4.90t) = 0$$

$$v_{yC} = v_{yA} + a_yt = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(4.08 \text{ s})$$

$$= -20.0 \text{ m/s}$$



Örnek 1.8 Konum, hız ve sürat

Bir ralli aracının konumu değişik zamanlarda aşağıdaki çizelgedeki gibi elde edilmiştir. Arabanın ortalama hızını

- (a) Birinci saniyede,
 (b) Son 4 s aralığında ve
 (c) Toplam zaman içinde.

$t(s)$	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
$x(m)$	0	2.3	9.2	20.7	36.8	57.5

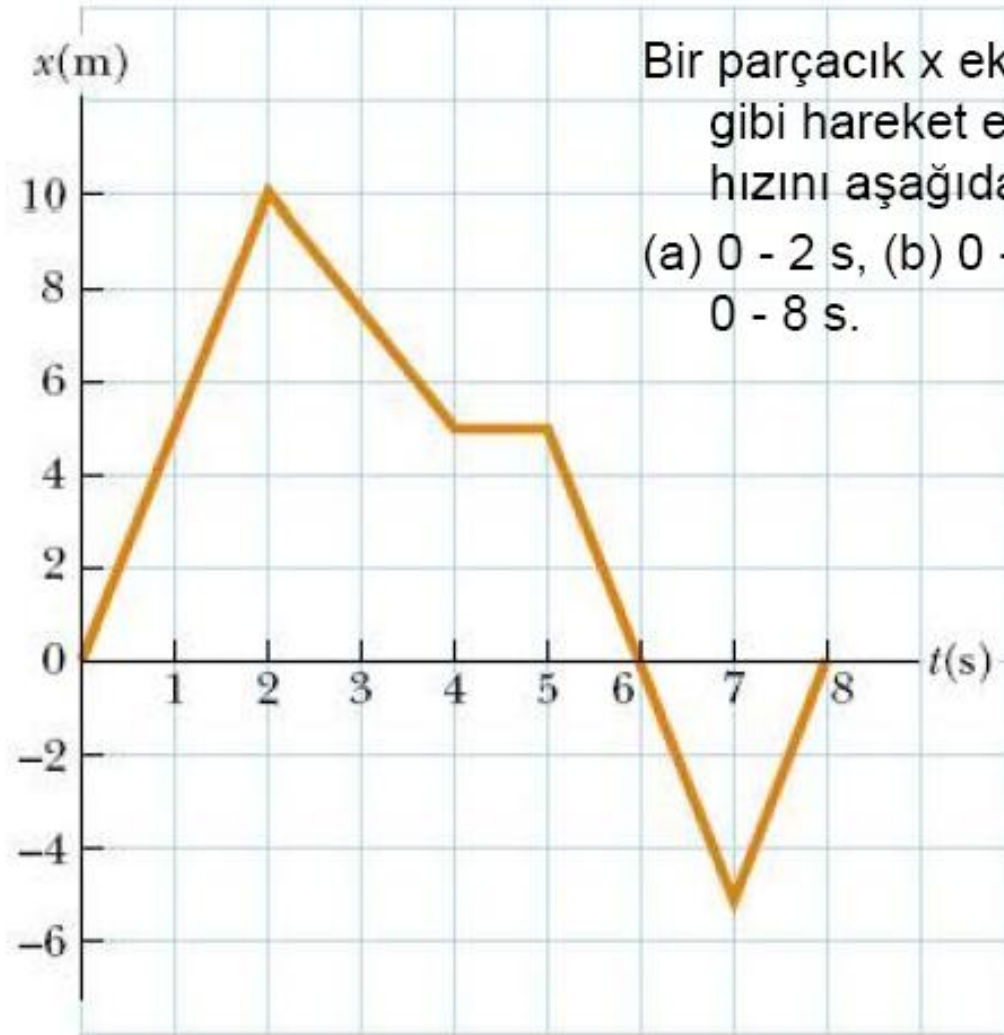
$$\text{a) } v_{\text{ort}} = \frac{2.3 - 0.0}{1 - 0.0} = 2.3 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } v_{\text{ort}} = \frac{57.5 - 9.2}{5 - 2.0} = 16.1 \text{ m/s}$$

$$\text{c) } v_{\text{ort}} = \frac{57.5 - 0.0}{5 - 0.0} = 11.5 \text{ m/s}$$



Örnek 1.9 Konum, hız ve sürat



Bir parçacık x eksenini boyunca yandaki grafikteki gibi hareket etmektedir. Parçacığın ortalama hızını aşağıdaki zaman aralıkları için belirleyiniz.
(a) 0 - 2 s, (b) 0 - 4 s, (c) 2 s - 4 s, (d) 4 s - 7 s, (e) 0 - 8 s.



Örnek 1.10 Ani hız

Bir parçacık x-ekseni boyunca zamana bağlı olarak $x(t) = 3t^2$ şeklinde hareket etmektedir. Denklemden x -metre ve t -saniyedir. Aşağıdakileri elde ediniz.

- (a) $t = 3.00$ s deki konumunu,
- (b) 3.00 s + Δt deki konumunu,
- (c) $\Delta t \rightarrow 0$ limit durumu için $\Delta x / \Delta t$ hızını $t=3$ saniye için hesaplayınız.

$$(a) \quad x(t=3) = 3t^2 = 3 \cdot 3^2 = 27 \text{ metre}$$

$$(b) \quad x(t=3 + \Delta t) = 3(t + \Delta t)^2 = 3 \cdot (t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2).$$

$$(c) \quad v = \text{Limit } (\Delta t \rightarrow 0) = \Delta x / \Delta t = 6t \text{ ve } t=3 \text{ s için } v = 18 \text{ m/s dir.}$$



4 İKİ BOYUTTA HAREKET



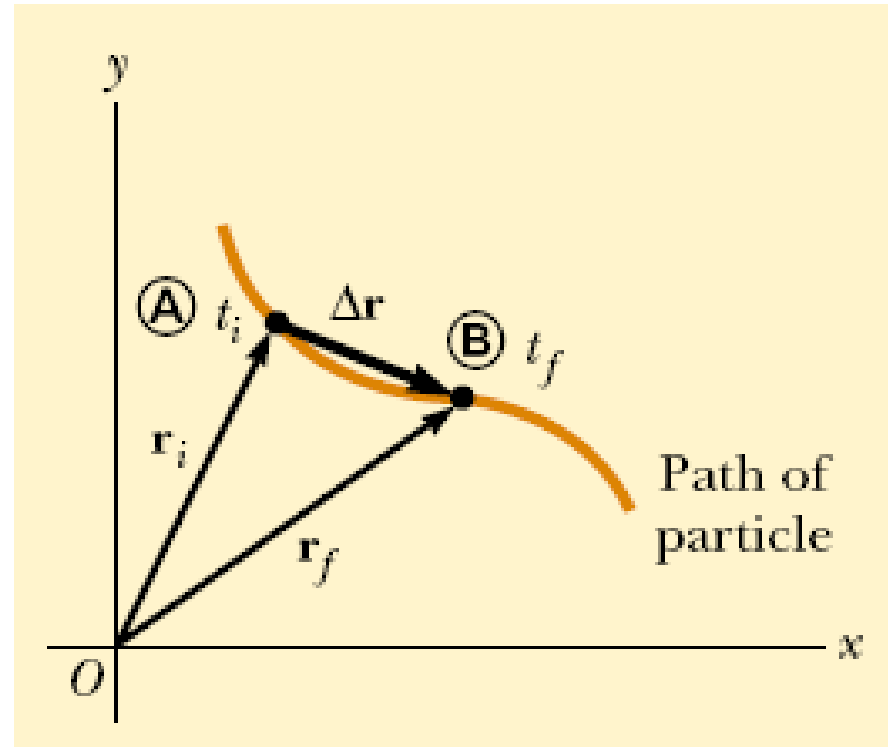
- 4.1 Konum, hız, ivme
- 4.2 İki boyutta sabit ivmeli hareket
- 4.3 Eğik hareket/atış
- 4.4 Düzgün dairesel hareket
- 4.5 Teğetsel ve merkezci ivme
- 4.6 Görelî hız ve görelî ivme

Bir yanardağın püskürmesinde lavların hareketi paraboliktir.



İki boyutta hareket-yerdeğiştirme vektörü

- Birçok cisim iki boyutta hareket eder: uydunun hareketi, elektrik yükünün elektrik alan içinde hareketi, su yüzeyindeki bir geminin hareketi, vs.
- Alt indisler i- initial, f-final kelimelerinin baş harfleridir.



$$\Delta \mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i$$

Ortalama hız

- Birim zamanda yerdeğiştir me miktarı

$$\overline{\mathbf{v}} \equiv \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

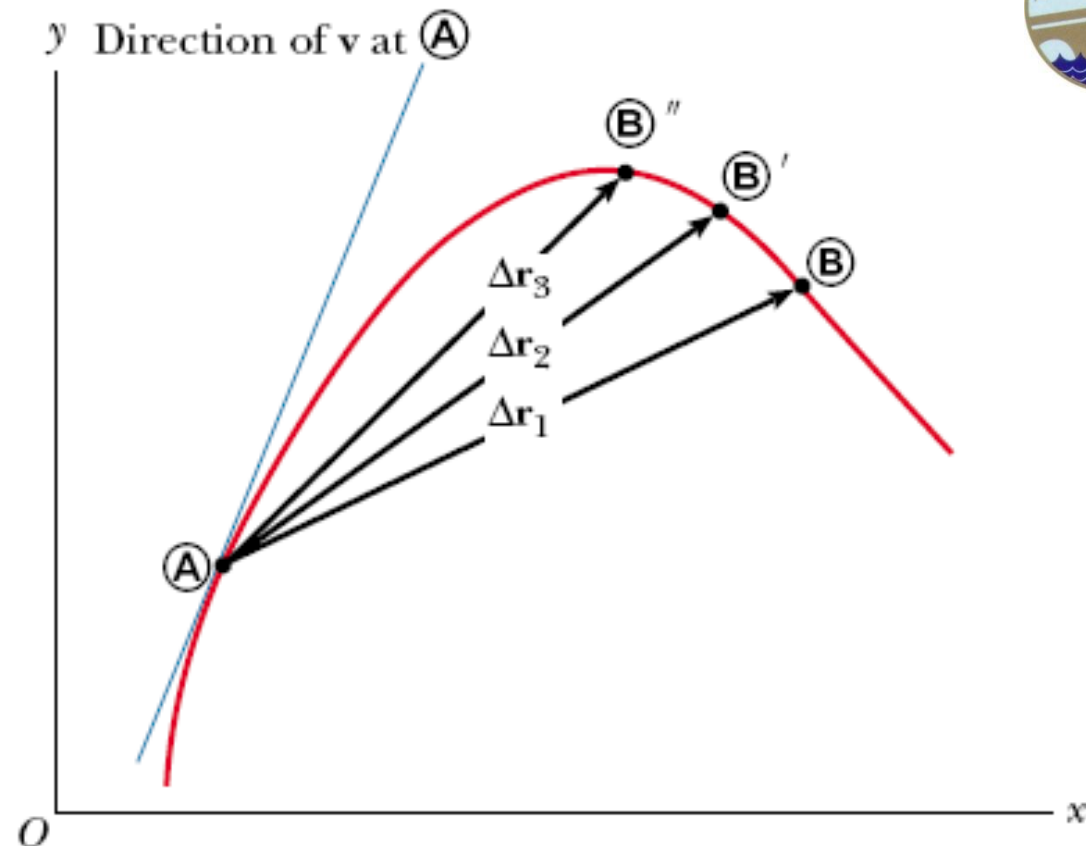
- Baseball da topa vuran kişi başladığı yere koşarak geri döner. Ortalama hızı sıfırdır.





Ani hız

- Çok küçük zaman dilimindeki yerdeğiştirmeye miktarı.



$$\mathbf{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$



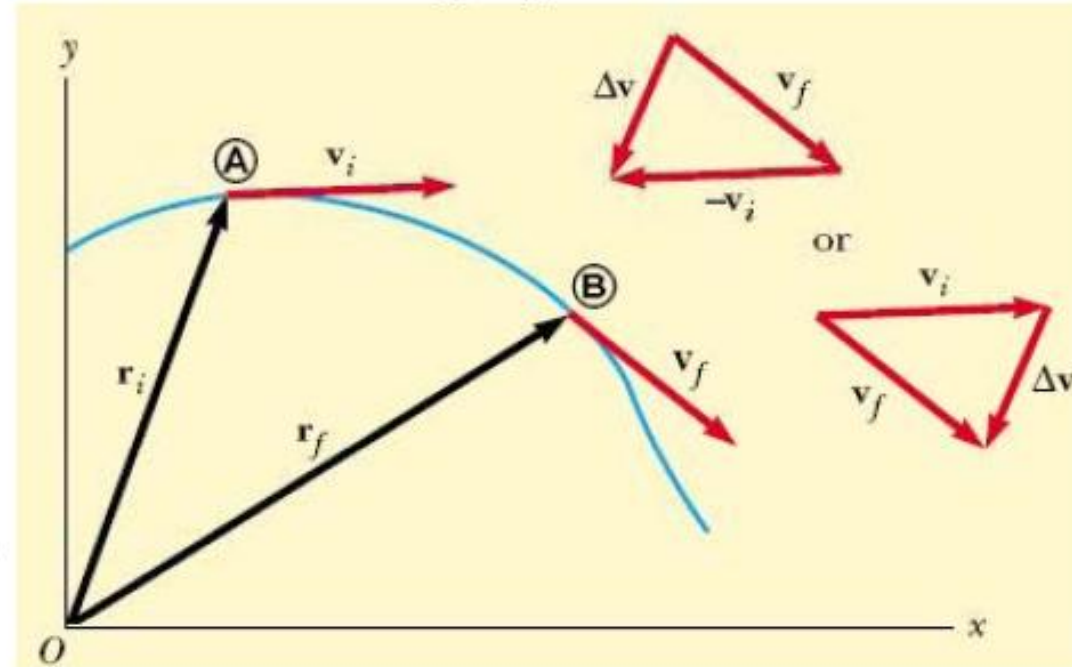
Ortalama ivme

- Birim zamanda hızdaki değişim

$$\bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Hız değişimi

- Cisim A dan B ye giderken hızını değiştirir.



Şekle dikkat ederseniz vektörlerin toplamı yapılmaktadır.

Hızın değişimi daha küçük zaman aralıklarında çok önemli ise ani ivme önemli olmaktadır:

$$\mathbf{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$



Sabit ivme

- İki boyutta sabit ivme ile hareket eden bir cismin konumu zamanla değişiyorsa hızı

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}$$



Sabit ivme ile hareket

- Sabit ivme ile hareket eden bir cismin son hızı

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_f &= (v_{xi} + a_x t) \hat{\mathbf{i}} + (v_{yi} + a_y t) \hat{\mathbf{j}} \\ &= (v_{xi} \hat{\mathbf{i}} + v_{yi} \hat{\mathbf{j}}) + (a_x \hat{\mathbf{i}} + a_y \hat{\mathbf{j}}) t \\ \mathbf{v}_f &= \mathbf{v}_i + \mathbf{a} t\end{aligned}$$



Sabit ivmeli hareket

- Sabit ivme ile hareket eden bir cismin iki boyutta son konum değerleri

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_xt^2 \qquad y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_yt^2$$



Sabit ivmeli hareket

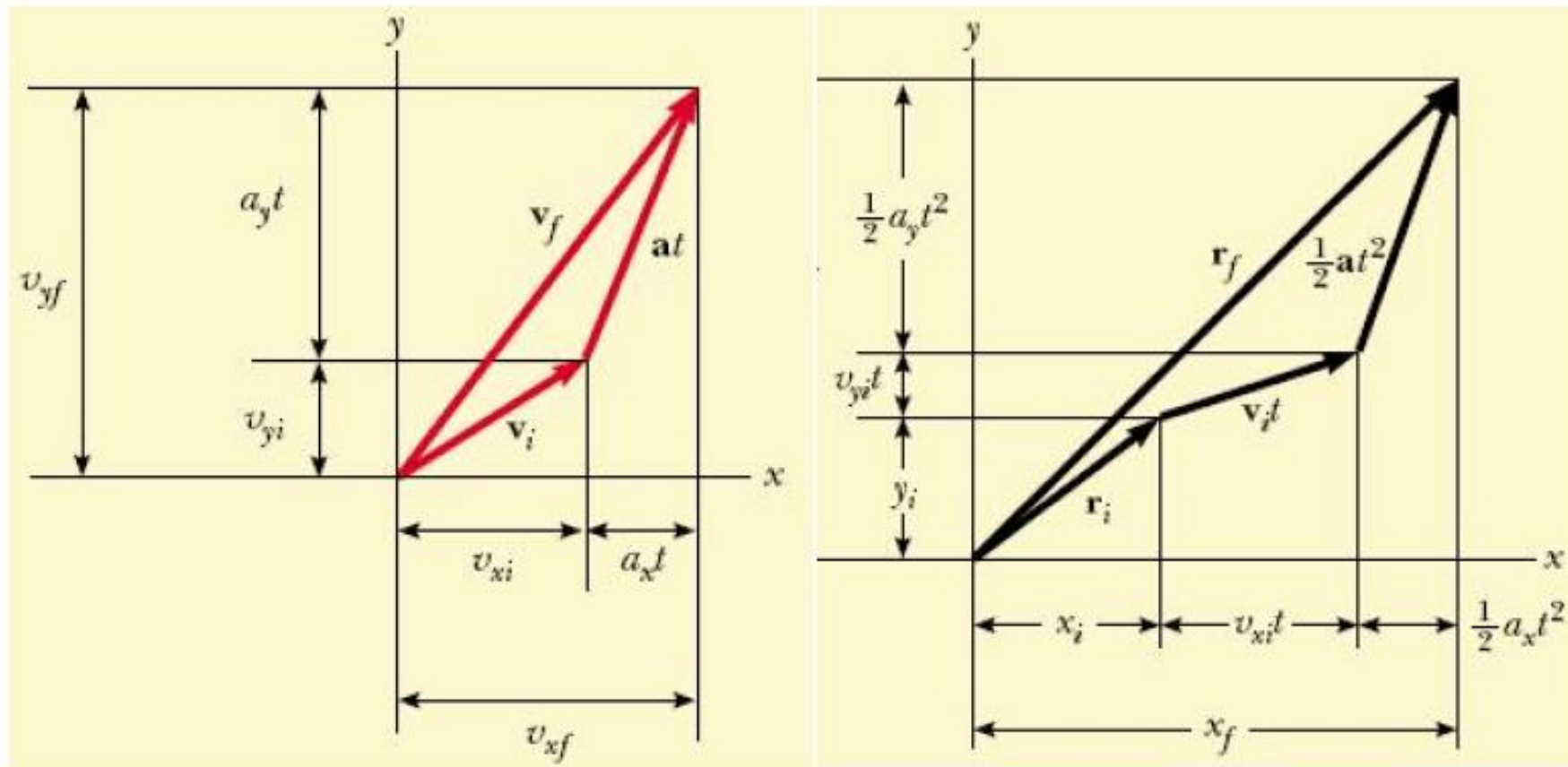
- Sabit ivmeli harekette son konum değeri

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_f &= (x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_xt^2)\hat{\mathbf{i}} + (y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_yt^2)\hat{\mathbf{j}} \\ &= (x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}}) + (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}})t + \frac{1}{2}(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t^2\end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$



Sabit ivmeli hareket





Sabit ivmeli hareket

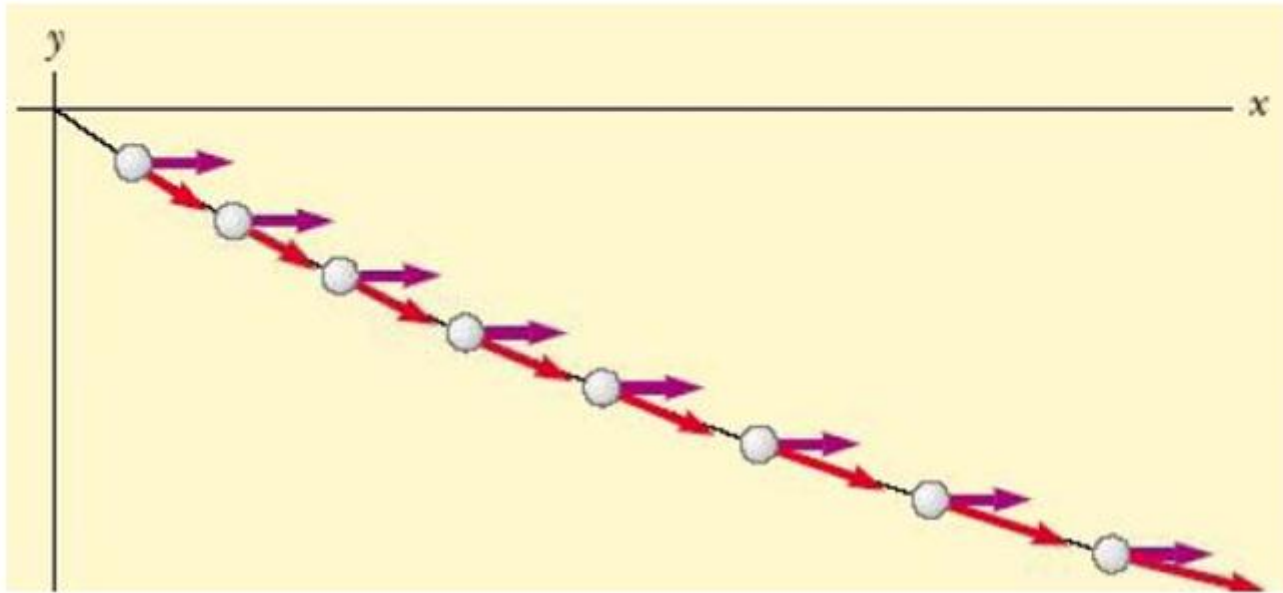
- Sabit ivme ile hareket eden bir cismin son hızı ve son konumu

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \quad \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t \end{cases}$$
$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \quad \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y_f = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$



Örnek 4.1 Düzlemde hareket

- Bir cisim $t=0$ s anında orijinden harekete başlıyor. Cismin başlangıç hızlarının x ve y bileşenleri 20 m/s ve -15 m/s olarak veriliyor. Cisim x-ekseni boyunca 4m/s^2 gibi sabit bir ivme değerine sahiptir. Herhangi bir an için hız değerini verecek formülü türetiniz.



$$(1) \quad v_{xf} = v_{xi} + a_x t = (20 + 4.0t) \text{ m/s}$$

$$(2) \quad v_{yf} = v_{yi} + a_y t = -15 \text{ m/s} + 0 = -15 \text{ m/s}$$



Örnek 4.1

Son hız değeri

$$\mathbf{v}_f = v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}} = [(20 + 4.0t)\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}] \text{ m/s}$$

$$\mathbf{a} = 4.0\hat{\mathbf{i}} \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{v}_i = [20\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}] \text{ m/s.}$$

Cismin t=5nci saniyedeki hızı ve yatay eksen ile hız vektörünün yaptığı açı

$$\mathbf{v}_f = [(20 + 4.0(5.0))\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}] \text{ m/s} = (40\hat{\mathbf{i}} - 15\hat{\mathbf{j}}) \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{v_{yf}}{v_{xf}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-15 \text{ m/s}}{40 \text{ m/s}}\right) \\ &= -21^\circ \end{aligned}$$



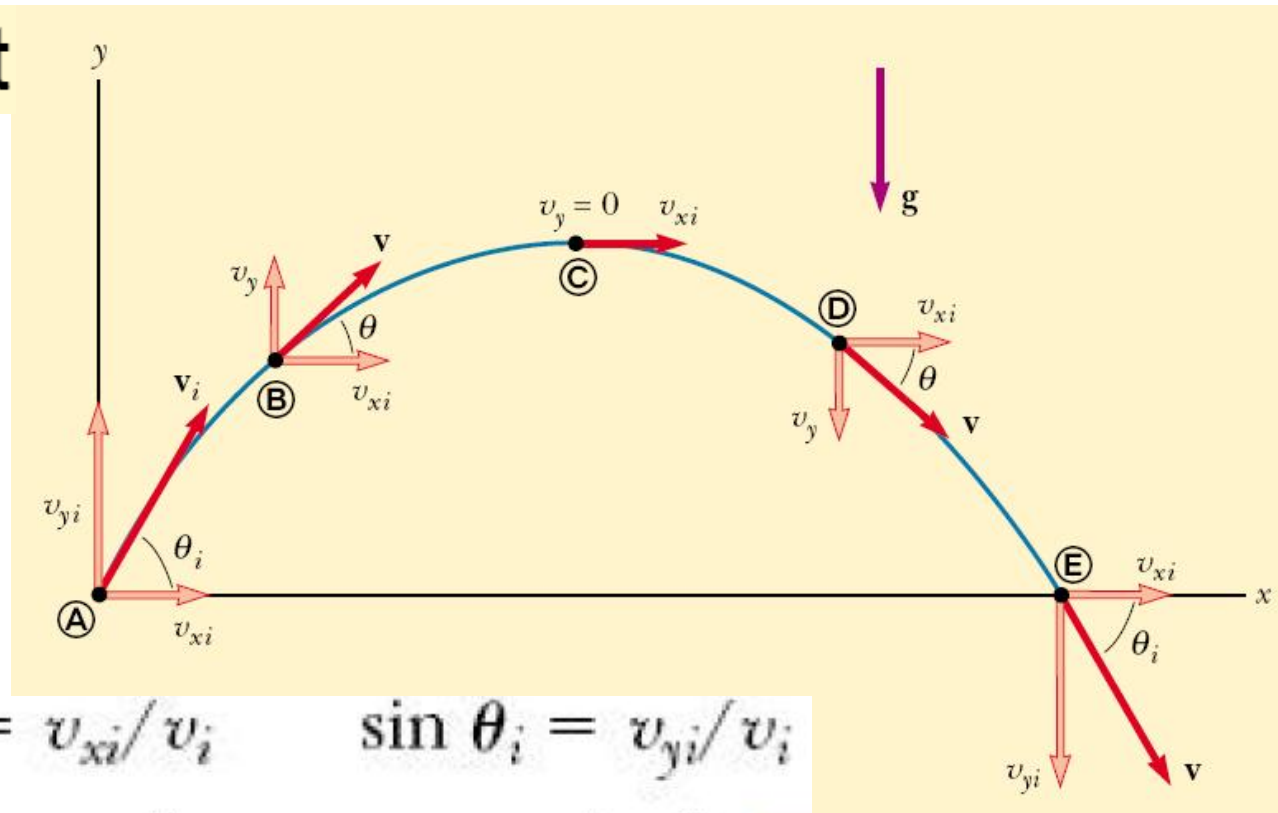
4.3 Eğik hareket/atış

Bir topa vurulduğunda havadaki hareketi incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

1. Top hareketi esnasında hızı aşağıya yönelmiş sabit **g** -yerçekimi ivmesine bağlı olarak değişir.
2. Topun hareketi esnasında hava direnci ihmal edilir.

Bu sonuçlara göre top hava içinde parabol çizerek hareket eder.

Eğik hareket



$$\cos \theta_i = v_{xi}/v_i \quad \sin \theta_i = v_{yi}/v_i$$

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i \quad v_{yi} = v_i \sin \theta_i$$

$$x_f = v_{xi}t = (v_i \cos \theta_i)t \longrightarrow t = x_f/(v_i \cos \theta_i)$$

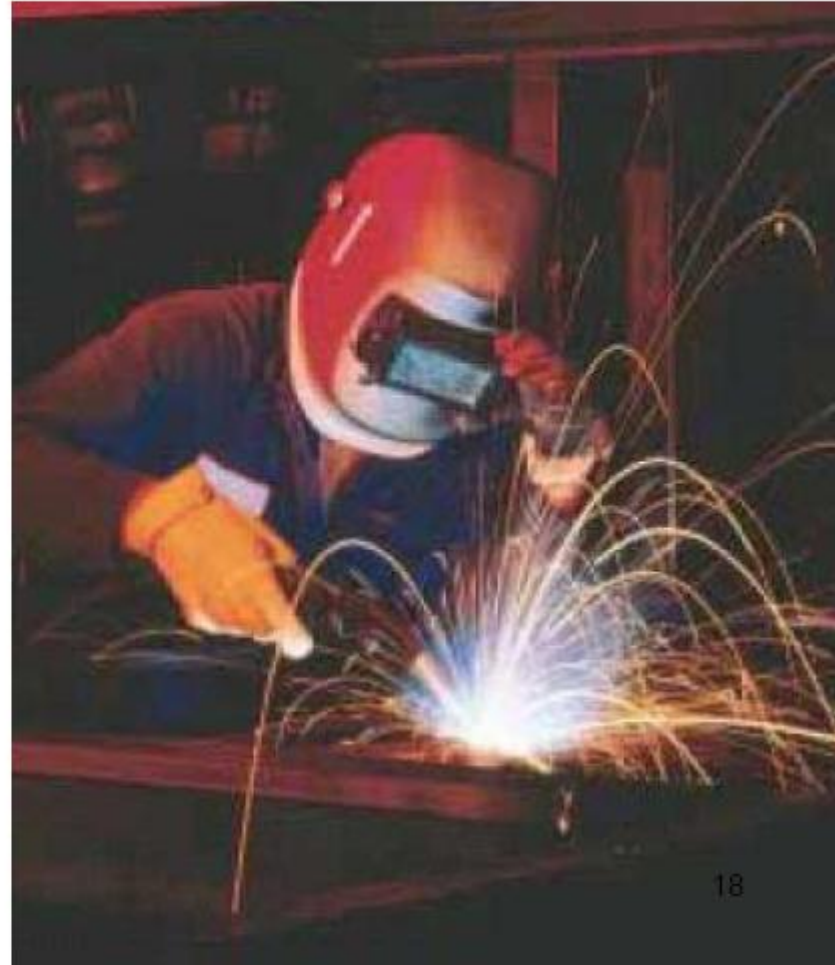
$$y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin \theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_i = 0 \text{ and } a_y = -g,$$

$$y = (\tan \theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2 \cos^2 \theta_i} \right)x^2$$

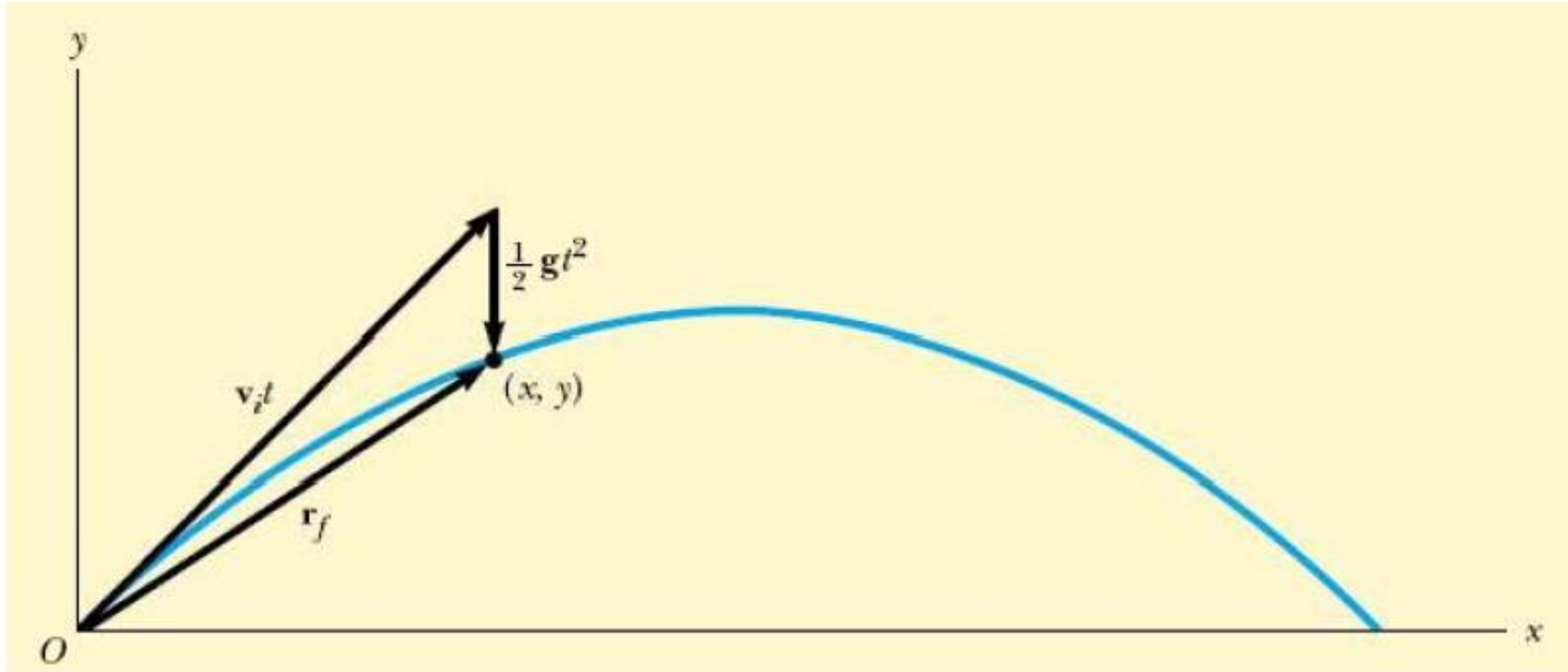
Eğik hareket

- Yandaki resimde metal eriten bir kaynakçı görülmektedir.





Eğik hareket

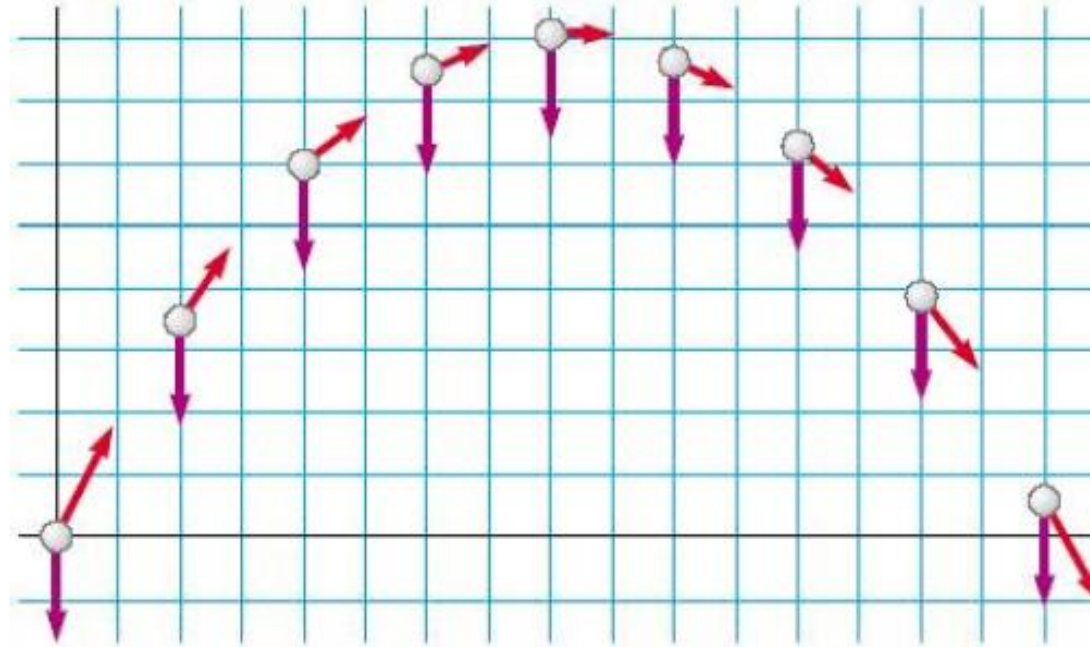


- Yatay doğrultuda **sabit hızla** hareket edilir,
- Düşey doğrultuda **sabit ivmeli** bir hareket vardır.



Eğik hareket-Örnek 1.

Bir cismin düşey ve yatay hız değerleri 40 m/s ve 20 m/s dir. Cismin tekrar yere düşene kadar geçen zamanı ve menzilini hesaplayınız.

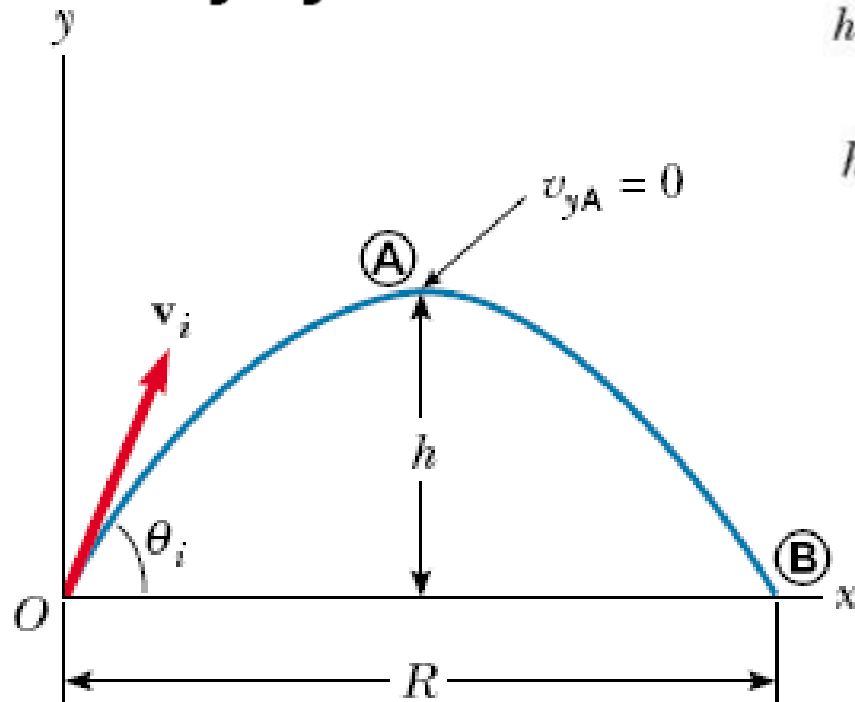


$$y_s^0 = y_i^0 + v_i^0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

8 saniye ve 160 m



Uçuş menzili



$$\mathbf{r} = \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2} \mathbf{g} t^2$$

$$h = (v_i \sin \theta_i) \frac{v_i \sin \theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin \theta_i}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}$$

$$v_{xi} = v_{xB} = v_i \cos \theta_i$$

$$t = 2t_A \text{ de } x_B = R$$

$$R = v_{xi} t_B = (v_i \cos \theta_i) 2t_A$$

$$= (v_i \cos \theta_i) \frac{2v_i \sin \theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{g}$$

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i \sin \theta_i - g t_A$$

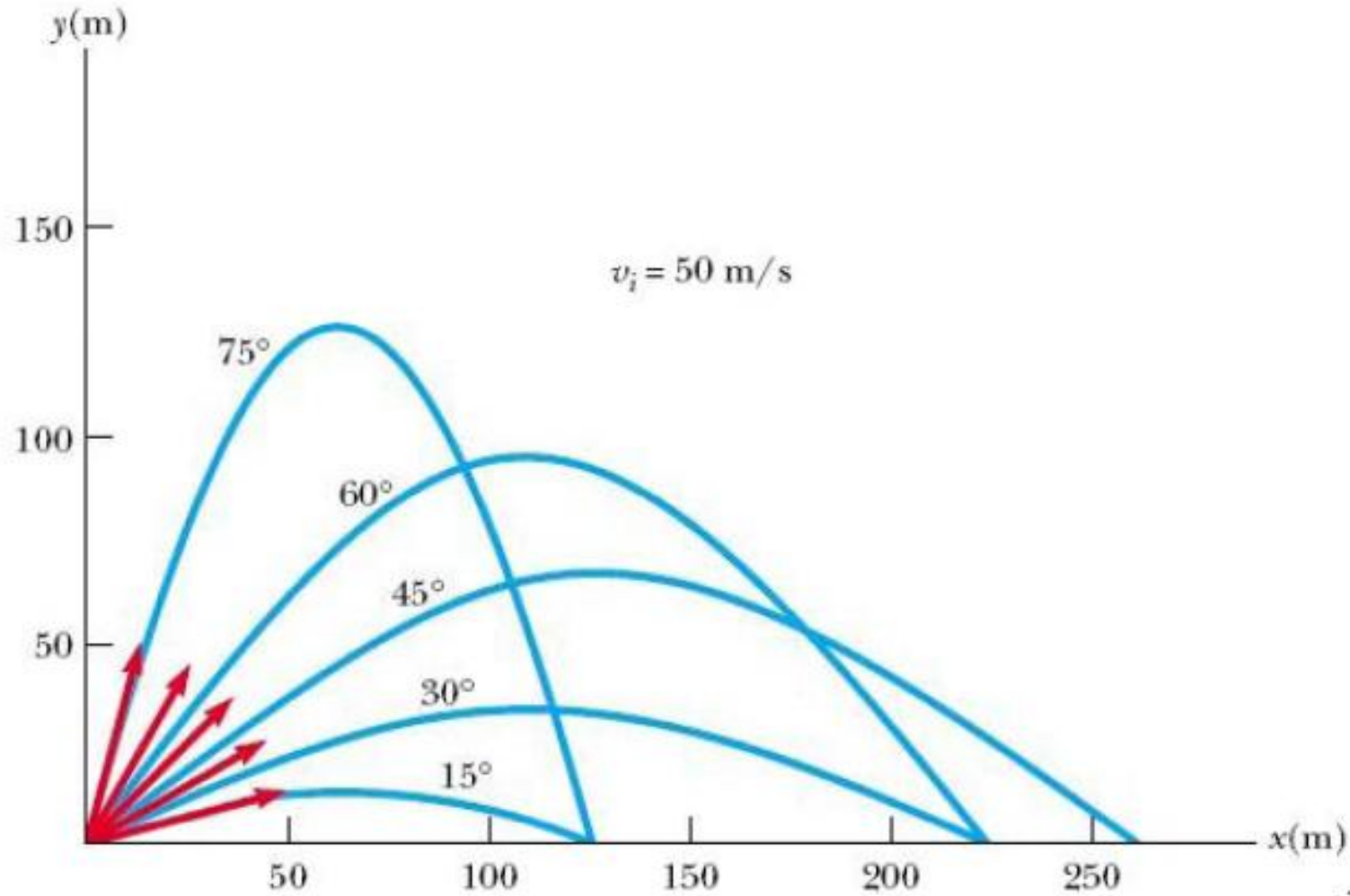
$$t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

Menzil
$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

R is a maximum when $\theta_i = 45^\circ$.



Örnek 4.2 Eğik hareket



**EXAMPLE 4.3** The Long-Jump

A long-jumper leaves the ground at an angle of 20.0° above the horizontal and at a speed of 11.0 m/s . (a) How far does he jump in the horizontal direction? (Assume his motion is equivalent to that of a particle.)



$$x_f = x_B = (v_i \cos \theta_i) t_B = (11.0 \text{ m/s})(\cos 20.0^\circ) t_B$$

$$v_{yf} = v_{yA} = v_i \sin \theta_i - gt_A$$

$$0 = (11.0 \text{ m/s}) \sin 20.0^\circ - (9.80 \text{ m/s}^2) t_A$$

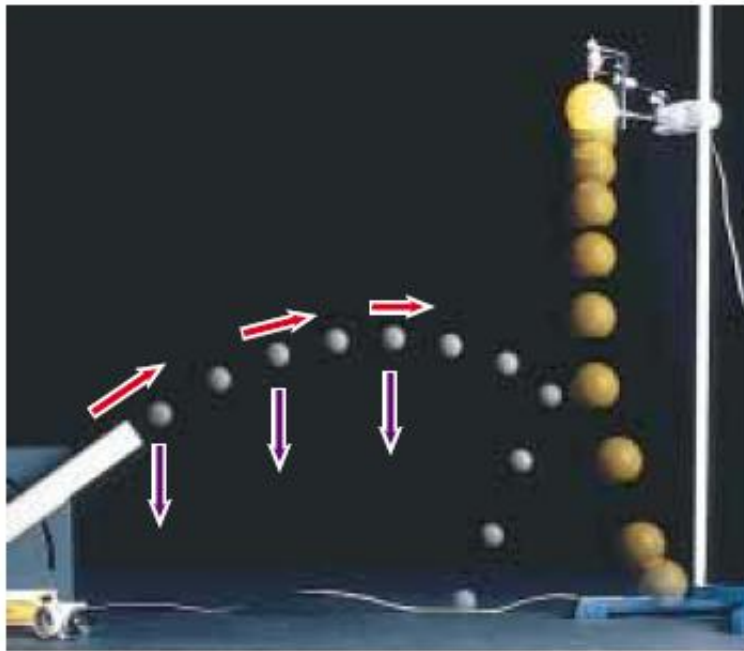
$$t_A = 0.384 \text{ s} \quad \text{Max yükseklik } v=0$$

$$t_B = 2t_A = 0.768 \text{ s}$$

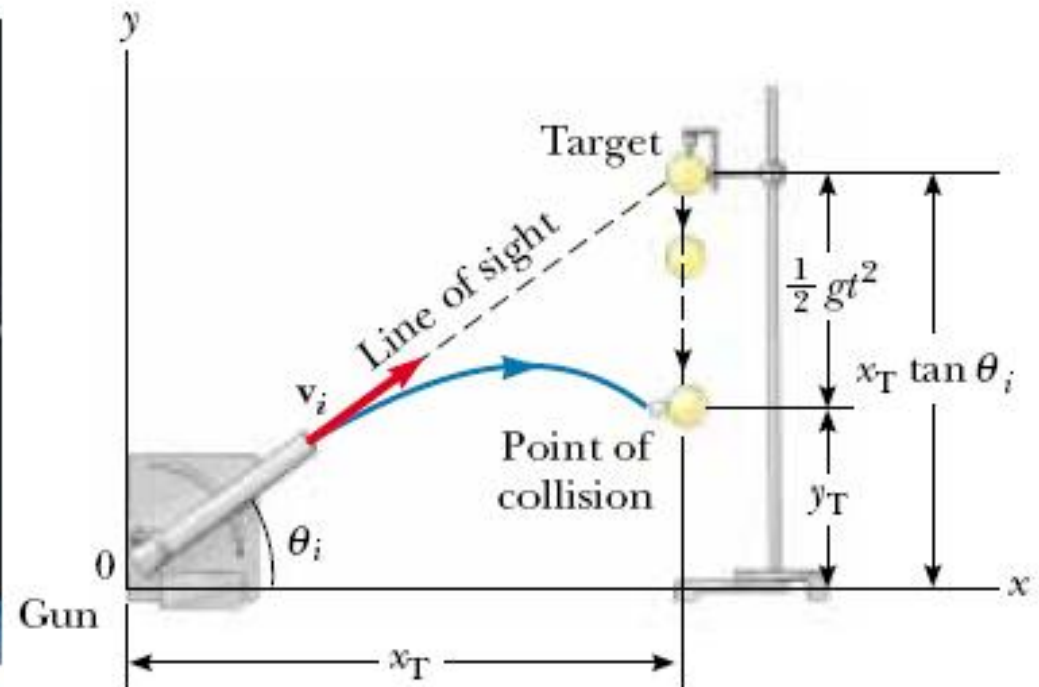
$$x_f = x_B = (11.0 \text{ m/s})(\cos 20.0^\circ)(0.768 \text{ s}) = 7.94 \text{ m}$$

Mike Powell, uzun atlama rekorunu kırdığı atlayışı 8.95 m dir.

Örnek 4.4-Havada çarpışma



(a)



(b)



Eğik atış

Şekildeki binanın tepesinden bir taş yatayla 30.0° açı yapacak şekilde 20.0 m/s hız ile fırlatılmaktadır. Binanın yüksekliği 45.0 m ise,

- (A) Taşın yere ulaşması için geçen süre nedir?
(B) Taşın yere çarpmadan hemen önceki hızı nedir?

a)

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i = (20.0 \text{ m/s}) (\cos 30.0^\circ) = 17.3 \text{ m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \sin \theta_i = (20.0 \text{ m/s}) (\sin 30.0^\circ) = 10.0 \text{ m/s}$$

$$y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_f = -45.0 \text{ m}, a_y = -g, \text{ and } v_{yi} = 10.0 \text{ m/s}$$

$$-45.0 \text{ m} = (10.0 \text{ m/s})t - \frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

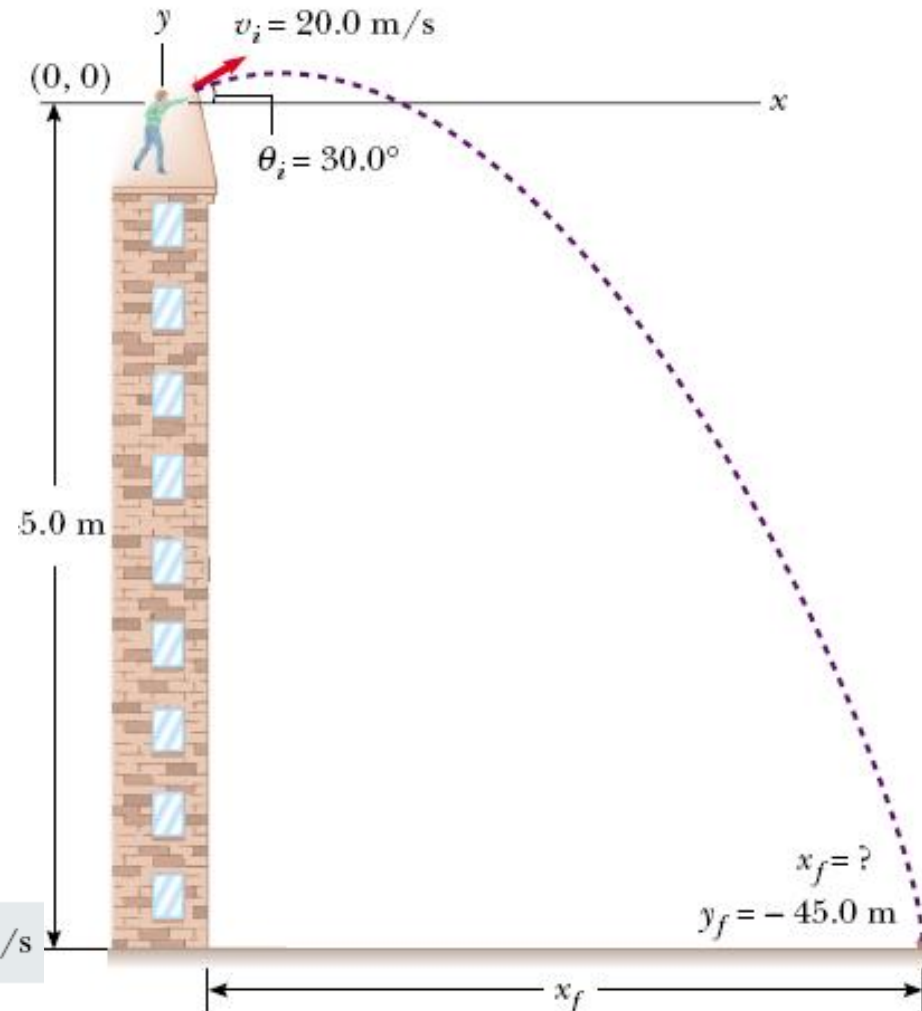
$$t = 4.22 \text{ s.}$$

b)

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t,$$

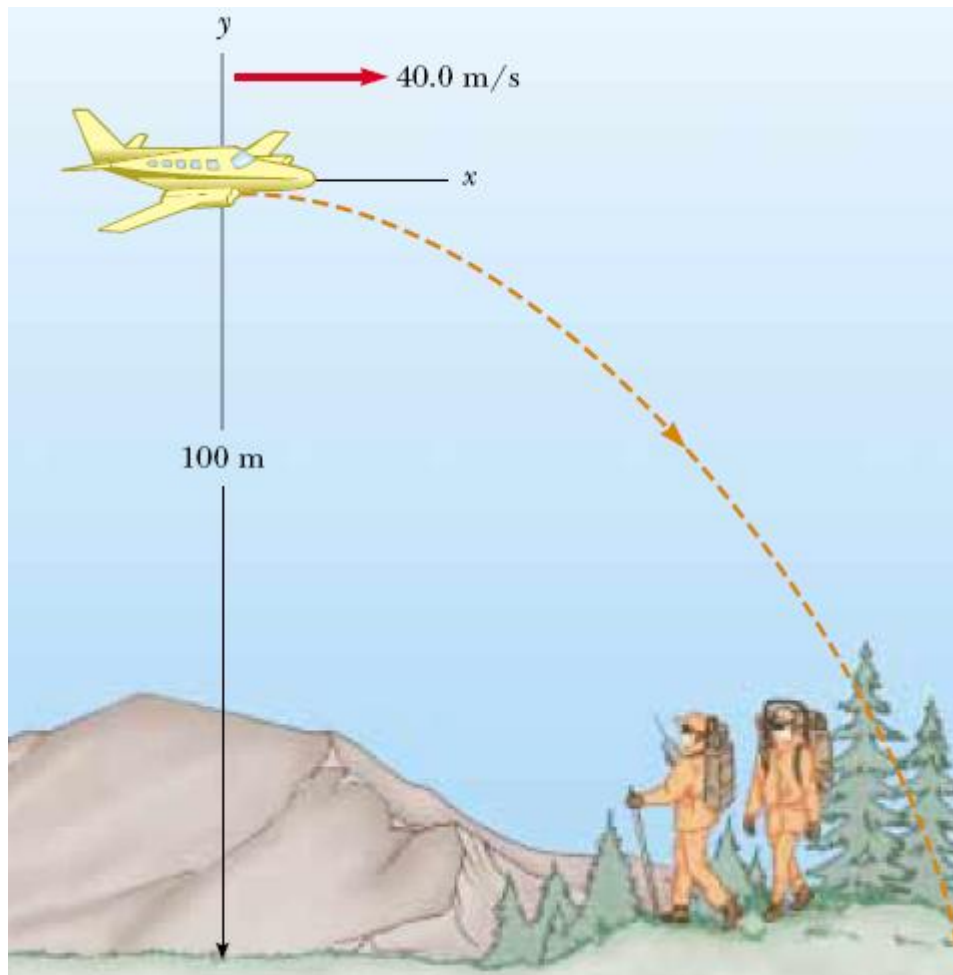
$$v_{yf} = 10.0 \text{ m/s} - (9.80 \text{ m/s}^2)(4.22 \text{ s}) = -31.4 \text{ m/s}$$

$$v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(17.3)^2 + (-31.4)^2} \text{ m/s} = 35.9 \text{ m/s}$$





Örnek 4.5-Yardım paketi

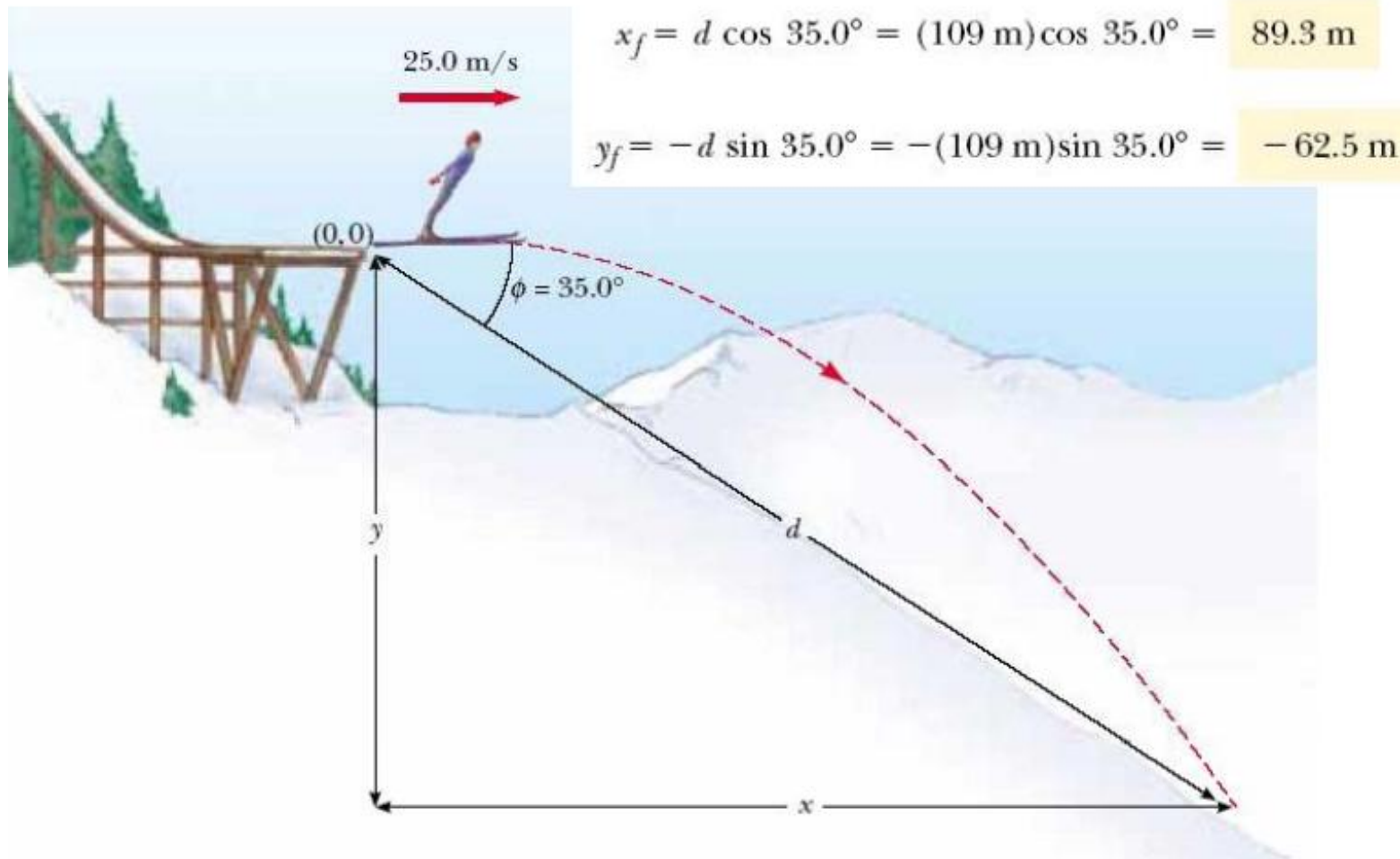


$$y_f = -\frac{1}{2}gt^2$$
$$-100 \text{ m} = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$
$$t = 4.52 \text{ s}$$

$$x_f = (40.0 \text{ m/s})(4.52 \text{ s}) = 181 \text{ m}$$



Örnek 4.6-Kayakla atlama





4.6 Görelî hız ve görelî ivme

- Bu kesimde farklı gözlem çerçevesindeki gözlemcilerin birbirlerini nasıl gördükleri anlatılacaktır. Gözlemcilerin birbirlerine göre konumları, hızları ve ivmeleri nasıl olacaktır. Yani birbirlerine göre görelî hareket eden gözlemcilerin sonuçları farklı olacaktır.

Görelî hareket

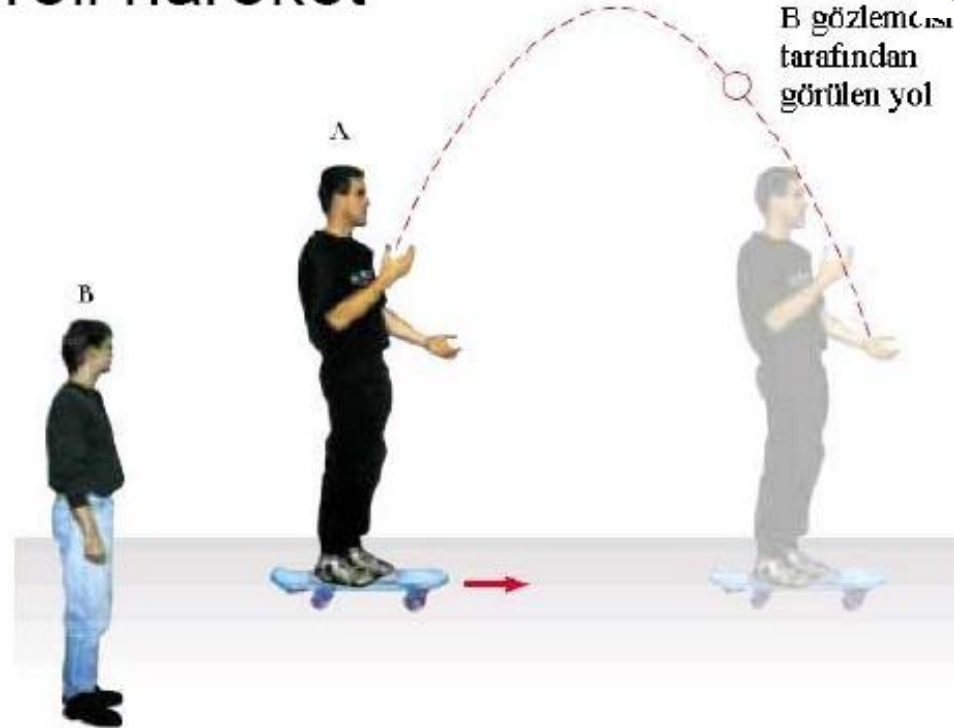
Şekilde biri yürüyen
merdivende diğeri yerde
olan iki gözlemci yürüyen
merdiven üzerindeki
adamin (en sağdaki) hızını
farklı ölçecektir. Yürüyen yol
üzerindeki kadın adamin
hızını yerde sabit duran
kadına göre daha yavaş
olduğunu söyler.



Görelî hareket



(a)

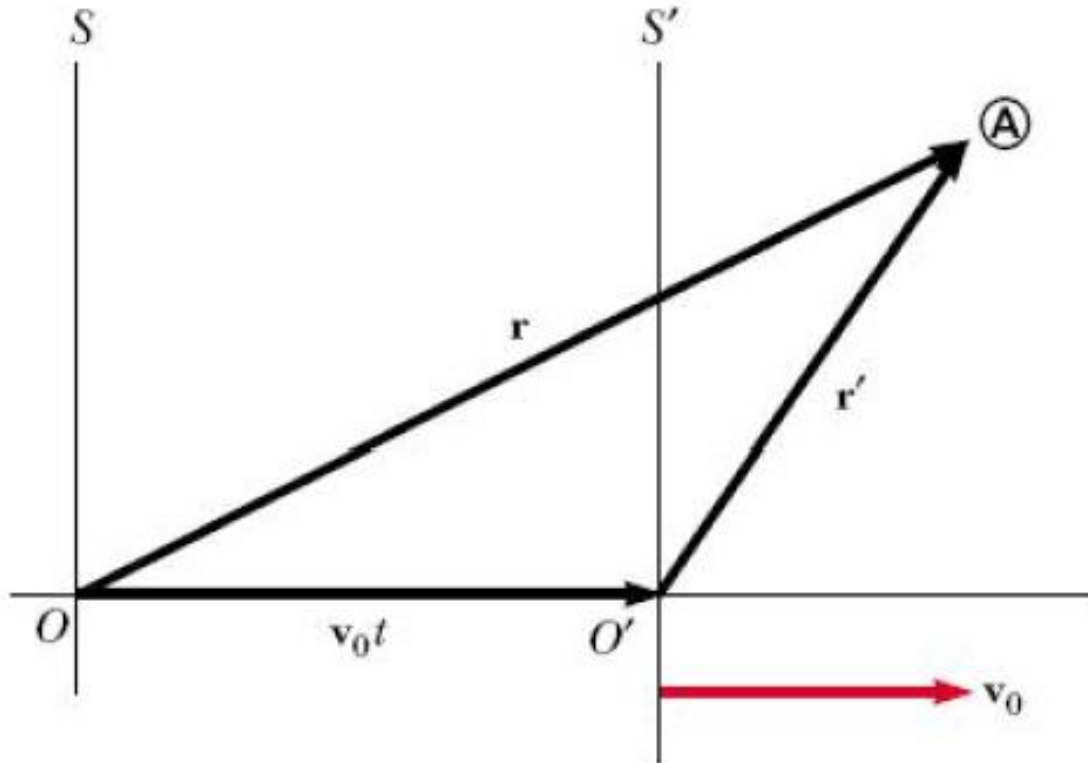


(b)

- (a) Kaykay üzerinde hareket eden A kişisi topun yukarı doğru hareket ettiğini görür,
- (b) Duran B gözlemcisi ise topun hareketini parabol şeklinde görür.



Görelî hareket



A noktasındaki bir cismin konumu biri sabit diğeri hareketli iki gözlemci tarafından yukarıdaki şekildeki gibi görülmektedir. Durgun çerçeve S ve sabit v_0 hızı olan hareketli çerçevede S' dür. r vektörü S gözlem çerçevesine göre r' vektörü ise S' gözlem çerçevesine göre konum vektörleridir.



Galileo eşitlikleri

Konum vektörlerinin toplamı,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}_0 t$$

Konum vektörlerinin türevi alınırsa
görelî hız bulunur,

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t$$

Hız vektörlerinin türevi alınırsa
görelî ivme değerleri elde edilir.

$$\frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_0$$

Görelî harekette ivme her gözlem
çerçevesinden aynı değerde
gözlenir.

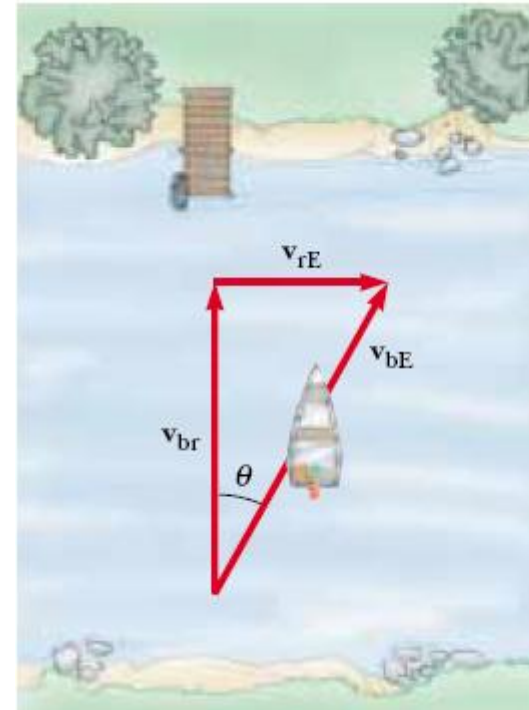
$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$$

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_0}{dt}$$



Örnek 4.9-Nehirde hareket

Şekildeki gibi bir bot, doğuya doğru (yere göre) sabit 5 km/saat (alt simge rE-river Earth) hızla akan bir nehir üzerinde nehire göre 10.0 km/saat (alt simge br-boat river) hızla kuzeye doğru hareket etmektedir. Botun hızını kenardaki bank üzerinde bulunan gözlemciye göre (bE-boat Earth) hesaplayınız.

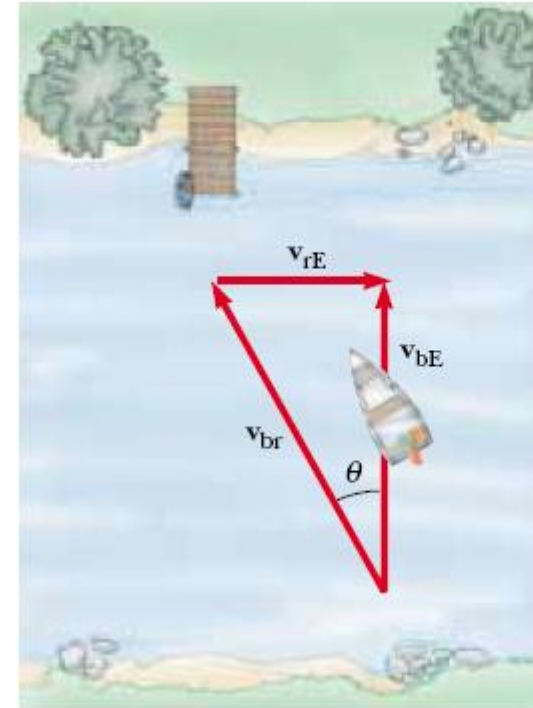


$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_{bE} &= \mathbf{v}_{br} + \mathbf{v}_{rE} \\
 v_{bE} &= \sqrt{v_{br}^2 + v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0)^2 + (5.00)^2} \text{ km/h} \\
 &= 11.2 \text{ km/h} \\
 \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{v_{rE}}{v_{br}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{10.0}\right) = 26.6^\circ
 \end{aligned}$$



Örnek 4.10-Nehirde kayak

Bir önceki örnekte hareketli gözlem çerçevesi (nehir-5 km/saat) içinde yol alan kayak (10 km/saat) incelenmişti. Kayık başladığı noktanın tam karşısındaki rıhtıma çıkabilmesi için kuzey-batıya doğru kuzeyle hangi açı ile ve hızla hareketine başlamalıdır?



$$v_{br} = \sqrt{v_{bE}^2 - v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0)^2 - (5.00)^2} \text{ km/h} = 8.66 \text{ km/h}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{rE}}{v_{bE}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{8.66}\right) = 30.0^\circ$$



Örnek 4.11

Bir tepede golf topuna vurulmaktadır. Golf topunun x ve y koordinatları zamana bağlı olarak aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$x = (18.0 \text{ m/s})t \text{ ve } y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$

- (a) $\mathbf{i}$ ve $\mathbf{j}$ birim vektörlerini kullanarak topun konumunu yazınız.
- (b) Hız vektörü $\mathbf{v}$ yi zamanın fonksiyonu olarak yazınız.
- (c) İvme vektörü $\mathbf{a}$ yı zamanın fonksiyonu olarak yazınız.
- (d) 3 s sonra golf topunun konumunu, hızını ve ivmesini hesaplayınız.



Örnek 4.11-Çözüm

$$x = (18.0 \text{ m/s})t \text{ ve } y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$

(a) Konum vektörü

$$\mathbf{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$$

$$= (18.0 \text{ m/s})t \mathbf{i} + [(4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2] \mathbf{j}$$

Şeklinde yazılabilir.

(b) Hız vektörü

$$\mathbf{v} = (18.0 \text{ m/s}) \mathbf{i} + [(4.00 \text{ m/s}) - (9.80 \text{ m/s}^2)t] \mathbf{j}$$

$$x = (18.0 \text{ m/s})t \text{ ve } y = (4.00 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$



$$(c) \mathbf{a} = - (9.80 \text{ m/s}^2) \mathbf{j}$$

(d) $t = 3 \text{ s}$ sonra konum, hız ve ivme değerleri aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{r} = (18.0 \text{ m/s})^3 \mathbf{i} + [(4.00 \text{ m/s})^3 - (4.90 \text{ m/s}^2)^3] \mathbf{j}$$

$$= (54.0 \text{ m/s}) \mathbf{i} - (32.1) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{v} = (18.0 \text{ m/s}) \mathbf{i} - (25.4) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} = - (9.80 \text{ m/s}^2) \mathbf{j}$$



Örnek 4.12-Görelî hareket

Corvette ki Ali $\mathbf{v}_{\text{Ali}} = (3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$ ile ivmelenmektedir. Jaguardaki Ayşe ise $\mathbf{v}_{\text{Ayşe}} = (1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$ ifadesi ile ivmelenmektedir. Her ikiside düzlemsel xy koordinat sisteminin orijininin durgun halden harekete başladıklarına göre 5.00 s sonra aşağıdakileri hesaplayınız:

- (a) Ali nin Ayşeye göre hızını,
- (b) Ali ile Ayşe arasındaki uzaklığı ve
- (c) Ali nin Ayşeye göre ivmesini hesaplayınız.



Örnek 4.12-Görelî hareket

Yer-kayık-nehir dikkate alınarak yer-Ali-Ayşe şeklinde düşünülebilir.

$$\mathbf{a}_{\text{Ali}} = (3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$$

$$\mathbf{a}_{\text{Ayşe}} = (1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$$

$$t = 5.00 \text{ s}$$

(a) Ali nin Ayşeye göre hızı,

$$\mathbf{v}_{\text{Ali}} = ((3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2) \cdot t = 5 \cdot (3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s} = (15.00\mathbf{i} - 10.00\mathbf{j}) \text{ m/s}$$

$$\mathbf{v}_{\text{Ayşe}} = ((1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2) \cdot t = 5 \cdot (1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s} = (5.00\mathbf{i} + 15.00\mathbf{j}) \text{ m/s}$$

$$\mathbf{v}_{\text{Ali}} - \mathbf{v}_{\text{Ayşe}} = (15.00\mathbf{i} - 10.00\mathbf{j}) - (5.00\mathbf{i} + 15.00\mathbf{j}) = (10.00\mathbf{i} - 25.00\mathbf{j}) \text{ m/s}$$



Örnek 4.12-Görelî hareket

$$\mathbf{a}_{\text{Ali}} = (3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$$

$$\mathbf{a}_{\text{Ayşe}} = (1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$$

$$t = 5.00 \text{ s}$$

(b) Ali ile Ayşe arasındaki uzaklığı ve

$$\mathbf{r}_{\text{Ali}} = \left(\frac{1}{2}\right)((3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = (25/2) \cdot (3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m} = (37.50\mathbf{i} - 25.00\mathbf{j}) \text{ m}$$

$$\mathbf{r}_{\text{Ayşe}} = \left(\frac{1}{2}\right)((1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = (25/2) \cdot (1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m} = (12.50\mathbf{i} + 37.50\mathbf{j}) \text{ m}$$

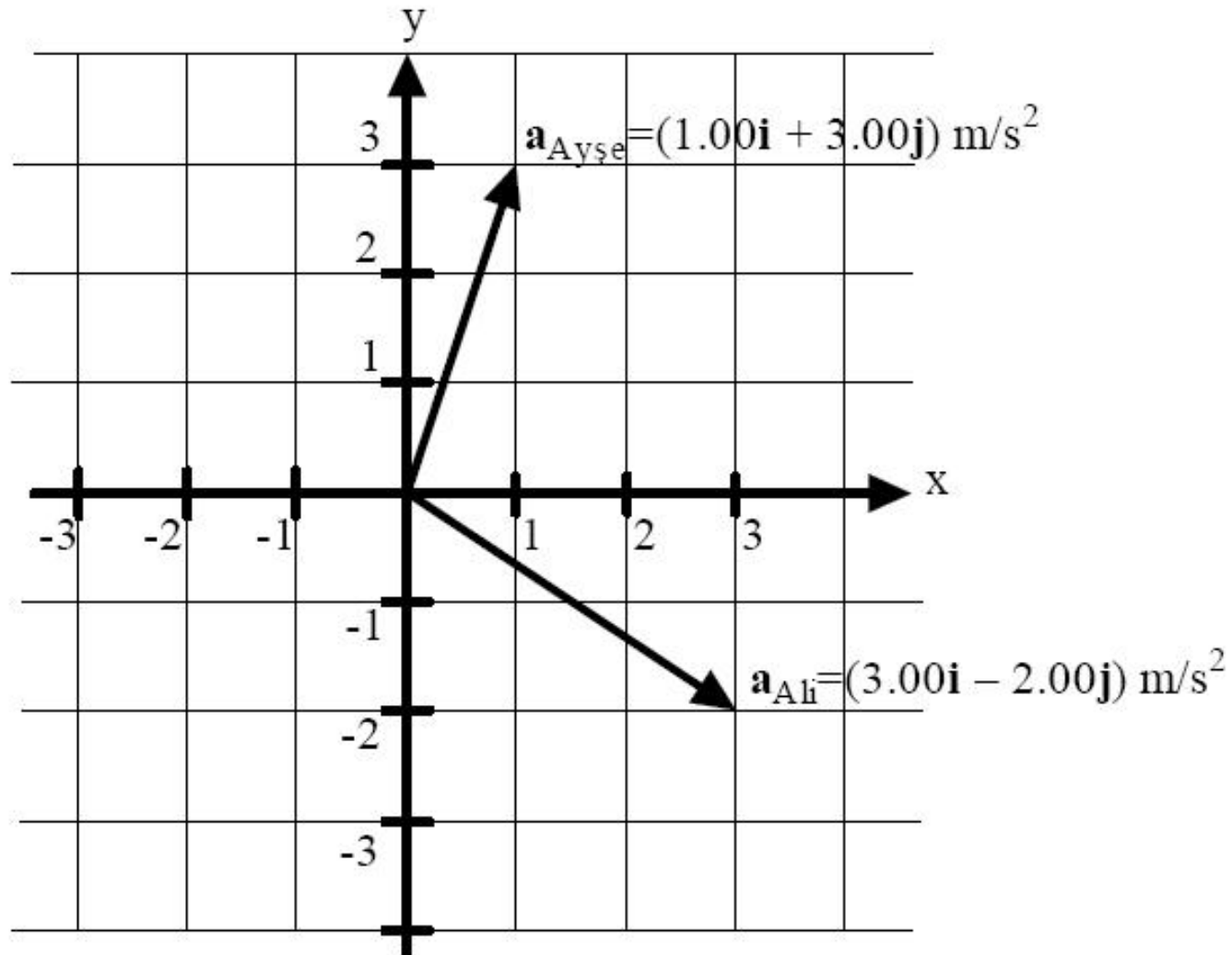
$$\mathbf{r}_{\text{Ali}} - \mathbf{r}_{\text{Ayşe}} = (37.50\mathbf{i} - 25.00\mathbf{j}) - (12.50\mathbf{i} + 37.50\mathbf{j}) = (25.00\mathbf{i} - 62.50\mathbf{j}) \text{ m}$$

(c) Ali nin Ayşeye göre ivmesini hesaplayınız.

$$\mathbf{a}_{\text{Ali}} - \mathbf{a}_{\text{Ayşe}} = (3.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2 - (1.00\mathbf{i} + 3.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2 = (2.00\mathbf{i} - 5.00\mathbf{j}) \text{ m/s}^2$$

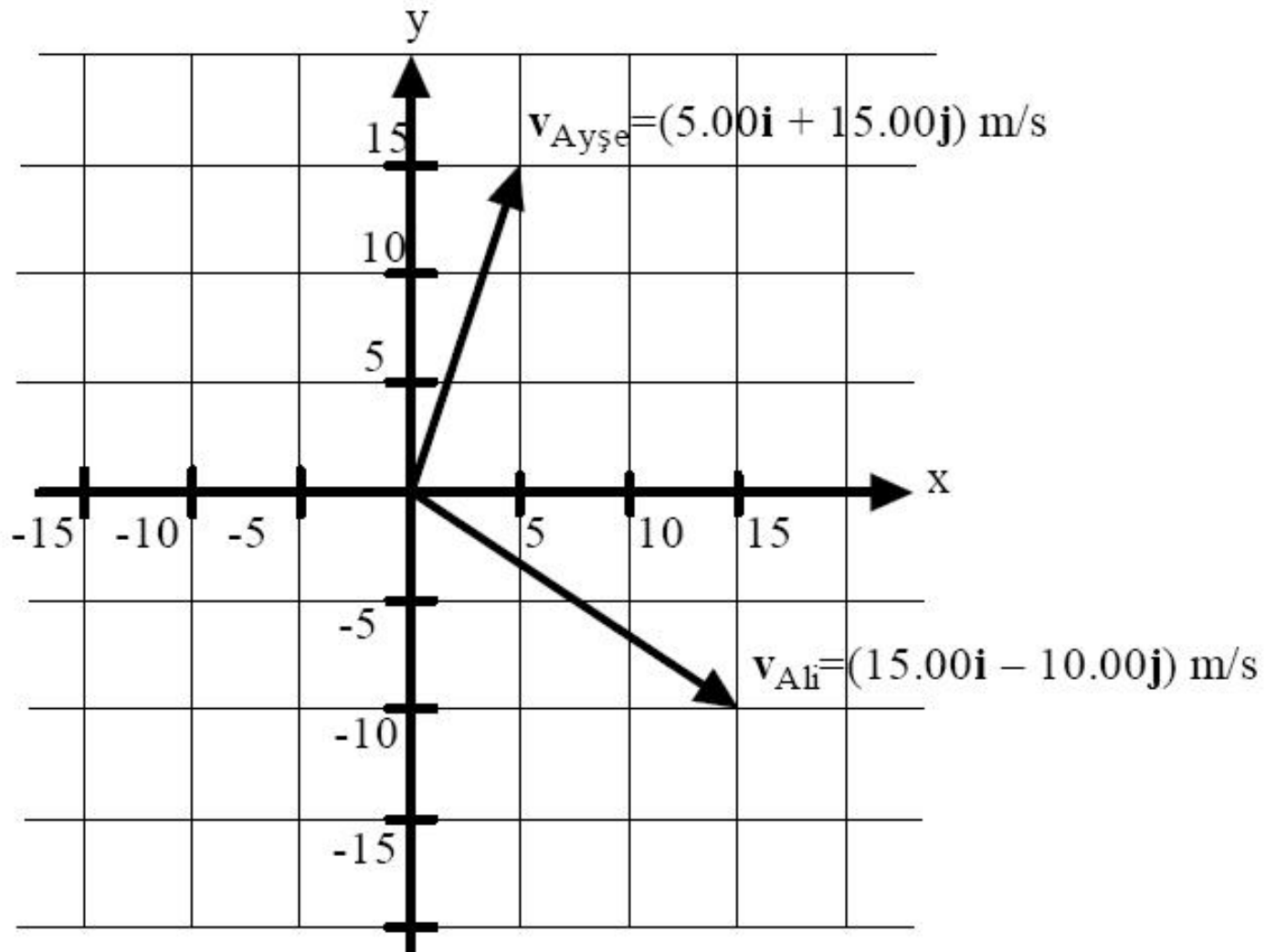


Örnek 4.12 İvme vektörleri



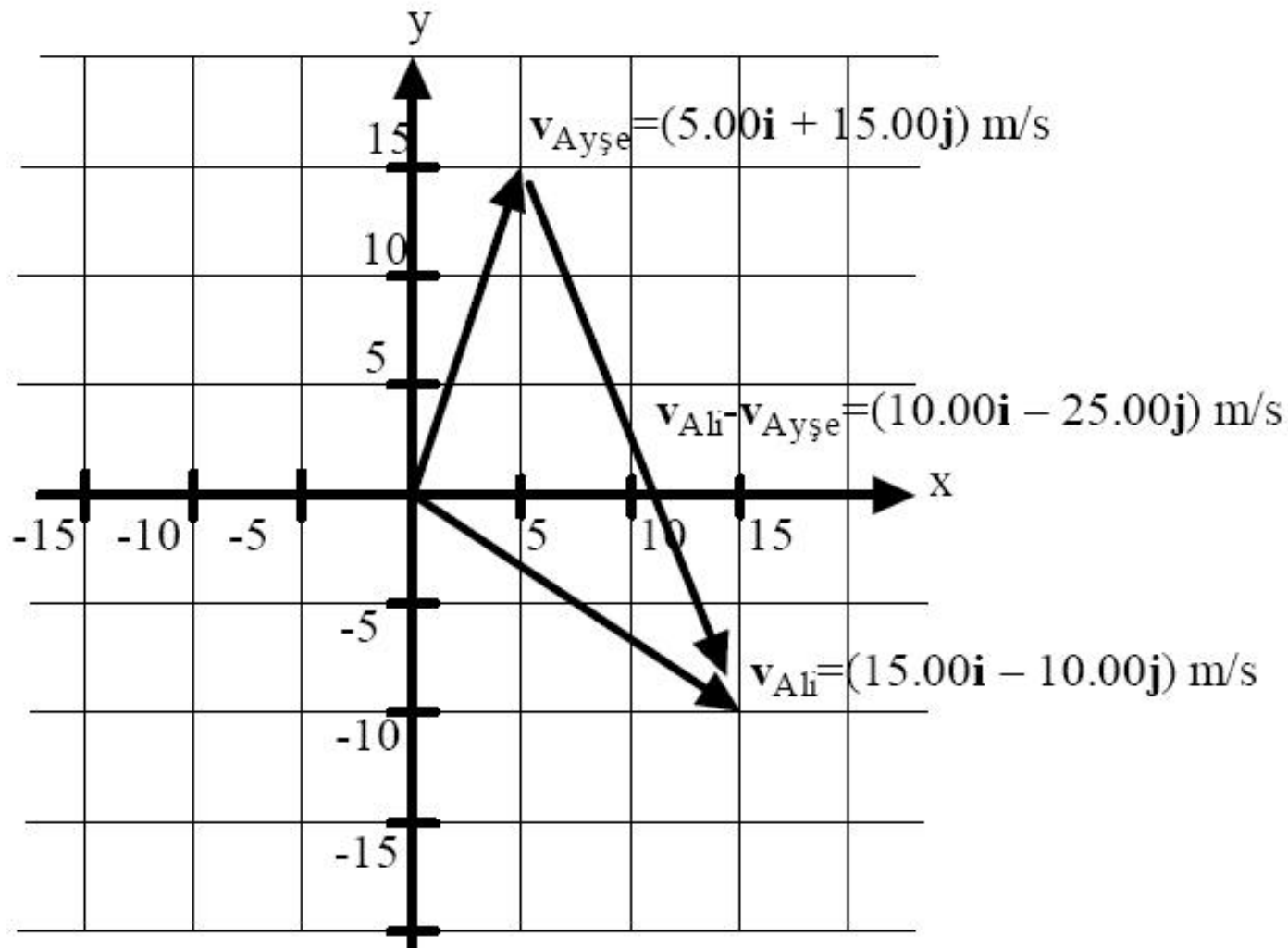


Örnek 4.12 Hız vektörleri





Örnek 4.12 Ali nin Ayşe ye göre hızı

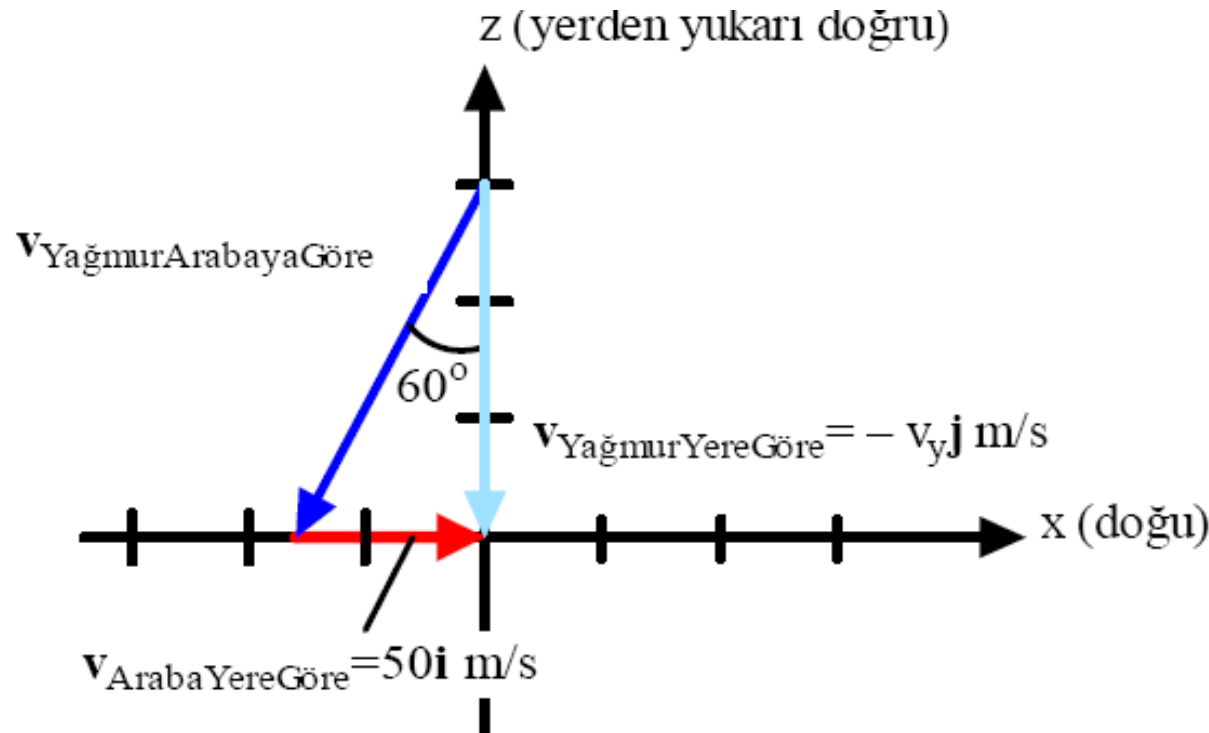




Örnek 4.13 Yağmur damlası

Bir araba doğuya doğru 180 km/saat süratle ilerlemektedir. Yağmur damlalarının yere göre sabit süratle düştüklerini kabul ediniz. Yan cama düşen bir yağmur damlasının düşeyle 60.0° lik bir açı yapıyorsa yağmur damlasının hızını

- (a) arabaya göre ve
(b) yere göre hesaplayınız.





(a) Yer-kayık-nehir dikkate alınarak yer-araba-yağmur şeklinde düşünülebilir. Yağmurun arabaya göre hızı

$$\mathbf{v}_{\text{YağmurYereGöre}} + \mathbf{v}_{\text{ArabaYereGöre}} = -v_y \mathbf{j} + 50.0 \mathbf{i} \text{ m/s şeklindedir.}$$

$$= -28.9 \mathbf{j} + 50.0 \mathbf{i} \text{ m/s olarak bulunur.}$$

$$(b) \tan 60^\circ = v_y / v_{\text{ArabaYereGöre}}^{-1} \quad 1.73 = 50 / v_y \text{ den } v_y = 28.9 \text{ m/s}$$

yağmurun yere göre düşey hızı $v_y = 28.9 \text{ m/s}$

Örnek 4.14 Nehirde yüzmek

Bir nehir sabit 0.500 m/s süratle akmaktadır. Bir kişi bu nehir içinde nehir akıntısına karşı 1.00 km yüzüp daha sonra akıntı yönünde başlangıç noktasına dönüyor. Yüzücü 1.20 m/s lik sabit süratle yüzüyorsa başlangıç noktasına dönmesi ne kadar sürer? Nehrin akmadığı düşünülürse bu süre ne kadar olurdu?



Akıntıya ters yönde = $v_{\text{Yüzücü}} - v_{\text{Nehir}}$ yerine

$$v_{\text{Yüzücü}} - v_{\text{Nehir}} = 1.2 - 0.5 = 0.7 \text{ m/s dir.}$$

Yüzücü bu hızla 1 km akıntıya ters yönde yüzerse

$$\text{geçen süre} = 1000 \text{ m} / 0.7 \text{ m/s} = 1428.6 \text{ s}$$

Akıntı ile aynı yönde = $v_{\text{Yüzücü}} + v_{\text{Nehir}}$ yerine

$$v_{\text{Yüzücü}} + v_{\text{Nehir}} = 1.2 + 0.5 = 1.7 \text{ m/s dir.}$$

Yüzücü bu hızla 1 km akıntı ile aynı yönde yüzerse

$$\text{geçen süre} = 1000 \text{ m} / 1.7 \text{ m/s} = 588.2 \text{ s}$$

Toplam geçen süre = 2016.8 s veya 33.6 dakika bulunur.

Su durgunsa $1666.7 \text{ s} = 27.8 \text{ dak}$



Bölüm 5: Hareket Kanunları

Kavrama Soruları

- 1- Bir cismin kütlesi ile ağırlığı aynı mıdır?
- 2- Ne zaman bir cismin kütlesi sayısal değerce ağırlığına eşit olur?
- 3- Eşit kollu terazi kütleyi mi yoksa ağırlığı mı ölçer?

Konu İçeriği

Sunuş

5-1 Kuvvet Kavramı

5-2 Newton'un 1. Yasası

5-3 Kütle

5-4 Newton'un 2. Yasası

5-5 Kütle Çekim Kuvveti ve Ağırlık

5-6 Newton'un 3. Yasası

5-7 Newton Yasalarının Bazı uygulamaları

5-8 Sürtünme Kuvveti

Sunuş

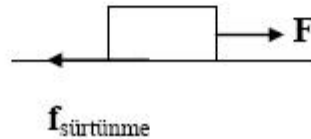
Bu bölümde sırası ile kuvvet kavramını, Newton'un hareket yasalarını, kütle, kütle çekim kuvveti ve ağırlığı ve son olarak da iki yüzey arasında oluşan sürtünme kuvvetini inceleyeceğiz.

5-1 Kuvvet Kavramı

Cisimler arasında oluşan kuvvetleri etkileşim şekline göre iki gruba ayırmak mümkündür. Bunlar sırası ile *Temas Kuvvetleri* ve *Alan Kuvvetleri*'dir.

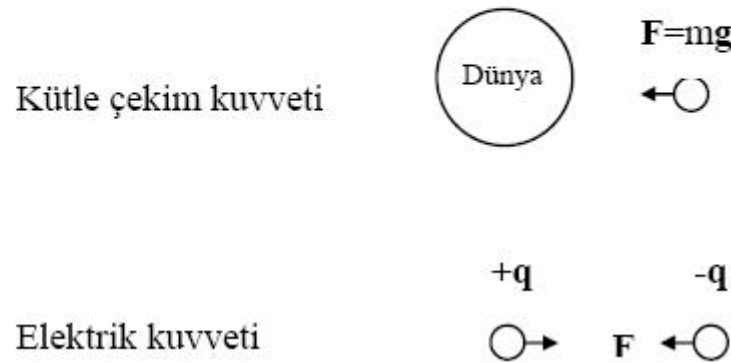
Temas Kuvvetleri

İki cisim arasındaki fiziksel temas(değme) sonucu ortaya çıkan kuvvetlerdir. Örneğin yay kuvveti, sürtünme kuvveti, bir topu hareket ettirmek için topa etki eden itme kuvveti gibi.



Alan Kuvvetleri

Cisimler arasında temas olmadan etkisini gösteren kuvvetlerdir. Örneğin yerçekimi kuvveti, elektrik ve manyetik kuvvet gibi.



$$F_{M_1 M_2} = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

Isaac Newton, 1687 yılında yayımladığı *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* adlı eserinde yer çekimi kuvvetini şöyle tanımlamıştır:

Burada; M_1 ve M_2 cisimlerin kütleleri, R aralarındaki uzaklık, G ise $6,6710^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ değerinde olan evrensel yer çekimi sabitidir.

5-2 Newton'un Birinci Yasası

Newton'un birinci yasası duran veya hareket halindeki cisimlerin durumlarını koruma eğilimlerini ifade etmektedir.

Newton'un 1. Yasası:

Bir cisme dış kuvvet (bileşke kuvvet) etki etmedikçe cisim durgun ise durgun kalacak, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edecektir.

Daha basit bir ifade ile, bir cisme etki eden net kuvvet (bileşke kuvvet) yok ise cismin ivmesi sıfırdır.

$$F=0 \text{ ise } a=0 \text{ dır.}$$

(Cismin hızında bir değişme (ivme) yaratılmak isteniyor ise cismin üzerine bir kuvvet etki ettirilmelidir, yani

$a \propto F$ şeklinde kuvvet ile ivme niceliğinin orantılı olduğunu söyleyebiliriz.

Bir cismin hızında meydana gelecek değişmeye direnme (karşı koyma) eğilimine o cismin *eylemsizliği* denir (Yukarıdaki ivme ile kütle arasındaki orantı sabiti, cismin eylemsizliğinin bir ölçüsüdür).

5-3 Kütle

Kütle, bir cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçüsüdür. Cismin kütlesi ne kadar büyük ise uygulanan belli bir kuvvetin etkisi altında o kadar daha az ivme kazanır. Örnek olarak kütleleri farklı (m_1 ve m_2) olan iki cisme aynı F kuvvetini uyguladığımızı varsayalım.



Aynı F kuvveti, m_1 ve m_2 kütlelerine etki ediyor ve kütlelere sırası ile a_1 ve a_2 ivmesini kazandırıyor. Eğer m_1 ve m_2 cisimlerinin kütlelerini ivmelenmelerine oranlarsak bulacağımız sonuç:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

şeklinde olacaktır. Buna göre aynı kuvvet uyguladığımız bir bilye ile bir kamyonu kütleleri ile orantılı olarak ivmelendirebiliriz. Yani aynı kuvvet altında kütlesi daha az olan bilyenin hızında daha büyük bir değişiklik yapabiliriz.

Kütle, cismin değişmez bir özelliğidir ve cismin çevresinden bağımsızdır.

Kütlenin boyutu kütlelerdir $[M]$, SI birim sisteminde kilogram (kg) olarak ölçülür.

5-4 Newton'un İkinci Yasası

Newton'un ikinci kanunu, bir cismin üzerine uygulanan kuvvet ile cismin kütlesi ve bu kuvvetin cisme kazandıracığı ivme arasındaki ilişkiyi vermektedir.

Newton'un 2. Yasası:

Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır.

$$\sum F = ma$$

Burda $\sum \mathbf{F}$, toplam(bileşke) kuvvet göstermektedir yani $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_n$

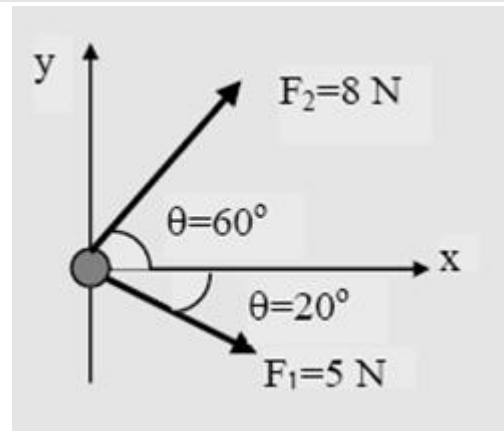
SI birim sisteminde kuvvet birimi *Newton*'dur ve *N* harfi ile gösterilir.

Newton'un tanımı:

1 Newton, 1 kg kütleli bir cisim üzerine uygulandığında ona 1 m/s² lik ivme kazandıran kuvvet bir Newton'dur.

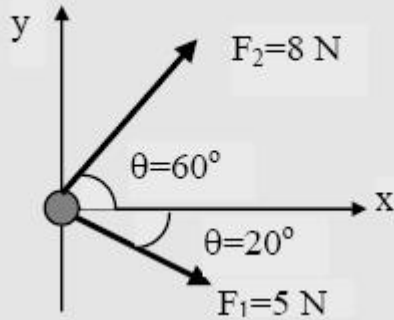
$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg}) (1 \text{ m/s}^2)$$

Örnek 5.1 0,30 kg kütleli bir hokey diski yatay, sürtünmesiz bir buz zemini üzerinde kaymaktadır. Diske şekilde görüldüğü gibi iki kuvvet etki eder. F_1 kuvvetinin büyüklüğü 5 N, F_2 kuvvetinin büyüklüğü ise 8 N'dur. Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.





Çözüm:



x-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos(60^\circ) \\ &= (5\text{N}) \cdot (0,94) + (8\text{N}) \cdot (0,5) \\ &= 8,7 \text{ N}\end{aligned}$$

y-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin(-20^\circ) + F_2 \sin(60^\circ) \\ &= (5\text{N}) \cdot (-0,34) + (8\text{N}) \cdot (0,87) \\ &= 5,2 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\text{x-yönündeki ivme } a_x = \Sigma F_x / m = 8,7\text{N} / (0,3\text{kg}) = 29 \text{ m/s}^2$$

$$\text{y-yönündeki ivme } a_y = \Sigma F_y / m = 5,2\text{N} / (0,3\text{kg}) = 17 \text{ m/s}^2$$

Vektörel olarak ivme $\mathbf{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} = 29\hat{i} + 17\hat{j} \text{ m/s}^2$ ifade edilirse buradan;

$$\text{ivmenin büyüklüğü } |\mathbf{a}| = [(29\text{m/s}^2)^2 + (17\text{m/s}^2)^2]^{1/2} = 34 \text{ m/s}^2$$

$$\text{ivmenin yönü } \theta = \arctan(a_y/a_x) = \arctan(17/29) = 30,4^\circ \text{ bulunur...}$$

5-5 Ağırlık ve Çekim Kuvveti

Kütle ve *ağırlık* kavramları aynı şeyler değildir ve birbirlerine karıştırılmamalıdır.

Kütlesi m olan bir cisme dünyanın uyguladığı kütleli çekim kuvveti cismin *ağırlığı* olarak adlandırılır ve $\mathbf{F}_g$ ile gösterilir. Bu kuvvet, dünyanın merkezine doğru yönelmiştir ve kuvvetin büyüklüğü cismin ağırlığı olarak bilinir.

Kütle: m Ağırlık: $mg = \mathbf{F}$

Newton'un 2. kanunundan $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, yeryüzü üzerinde ivmenin değeri $\mathbf{a} = -\mathbf{g}$ olduğundan ağırlık kuvveti $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{g}$ şeklinde yazılır.

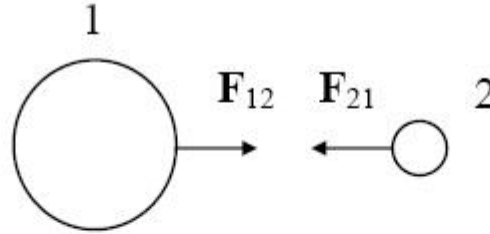
Ağırlık, $\mathbf{g}$ ye bağlı olduğundan coğrafik konuma göre değişir. Bunun yanında kütle cismin değişmez bir özelliği olduğu için her yerde aynıdır.

5-6 Newton'un üçüncü yasası

Newton'un 3. yasası, birbirleri ile etkileşmekte olan cisimler arasında oluşacak etki ve tepki kuvvetleri ile ilgilidir.

Newton'un 3. Yasası:

İki cisim etkileşiyor ise, 2. cismin 1. cisim üzerine uyguladığı F_{21} kuvveti, 1. cismin 2. cisim üzerine uyguladığı F_{12} kuvvetine eşit ve zıt yönlüdür.

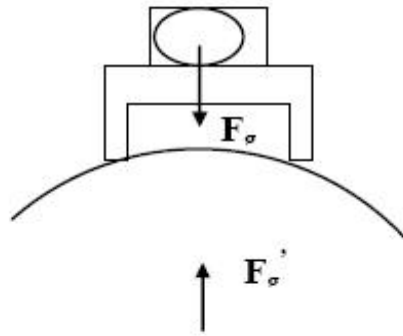


$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

$$|\mathbf{F}_{12}| = |\mathbf{F}_{21}|$$

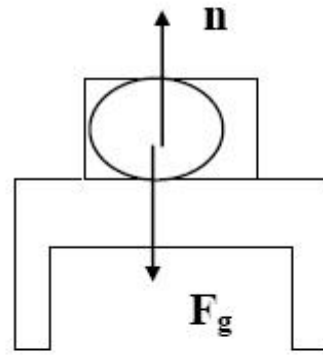
Etki kuvveti büyüklükçe tepki kuvvetine eşit ve onunla zıt yönlüdür. *Etki-tepki çiftindeki iki kuvvet daima farklı cisimler üzerine uygulanır.*

Bir cismin F_g ağırlığı, o cismin üzerine dünyanın uyguladığı çekim kuvvetidir. Masanın üzerinde duran televizyon örneğini göz önüne alalım. Dünya televizyona kütlelerinden (m) dolayı bir F_g kuvveti uygular. Aynı zamanda televizyon da dünyanın bu etkisine karşı dünyaya F_g' tepki kuvveti kuvvetini uygular (Şekil 1-a). Burada F_g ve F_g' etki-tepki kuvvetleridir.



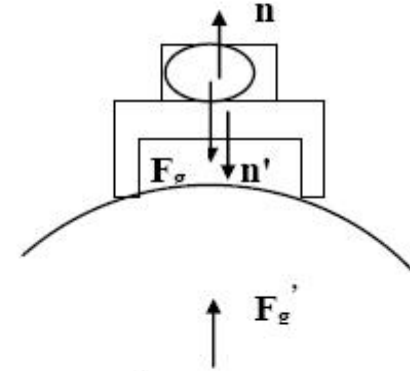
F_g ve F_g' etki-tepki kuvvetleridir

Şekil 1-a



F_g ve n etki-tepki kuvvetleri *değildir*

Şekil 1-b



$F_g = -F_g'$ ve $n = -n'$ etki-tepki kuvvetleridir

Şekil 1-c

Televizyon masa tarafından tutulduğu için F_g yönünde ivmelenmez! Masa, aşağıdan yukarıya doğru TV üzerine n ile gösterilen bir etki kuvveti uygular. Bu kuvvet normal (dik) kuvvet olarak adlandırılır (Şekil 1-b). Normal kuvvet (n) bir temas kuvvetidir ve TV'nin masayı delip geçmesini önler ve aşağı yönelen F_g 'yi dengelemek için gereken büyüklüğe sahip olur ki masa kırılıncaya kadarki değerleri alır.

Burada F_g ve n etki-tepki çifti değildir. Çünkü bunların her ikisi de aynı cisme, yani TVye etki ederler. n normal kuvvetinin tepki kuvveti n' dır ve n kuvvetine karşı TV tarafından masaya uygulanan kuvvettir (Şekil 1-c).

Burada etki-tepki çifti

$$F_g = -F_g'$$

$$n = -n'$$

F_g : Dünyanın TV'ye uyguladığı *etki* kuvveti

F_g' : TV'nin dünyaya uyguladığı *tepki* kuvveti

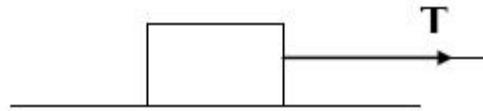
n : masa tarafından TV'ye uygulanan kuvvet

n' : n kuvvetine karşı TV tarafından masaya uygulanan *tepki* kuvveti

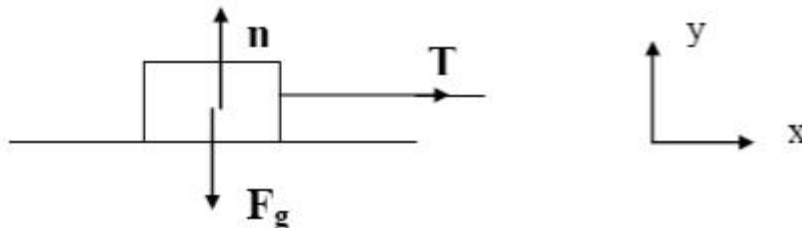
5-7 Newton Kanunlarının Bazı Uygulamaları

Dengede ($a=0$) veya sabit bir dış kuvvet etkisi altında ivmeli doğrusal hareket yapan bir cisim için Newton yasalarının bazı uygulamaları:

Gerilme: Bir cisim bir sicim ile çekildiği zaman cisme bir T kuvveti uygular ve bu kuvvetin büyüklüğüne gerilme denir.



Bloğa etki eden kuvvetleri gösterirsek (ki buna serbest-cisim diyagramı-çizeneği denir).



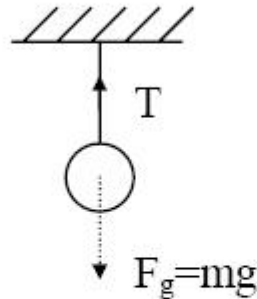
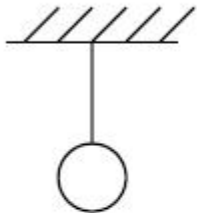


x-yönünde etki eden net kuvvet $\sum F_x = ma_x$ burdan x-yönündeki ivme $a_x = T/m$

y-yönünde etki eden net kuvvet $\sum F_y = ma_y$
y yönünde ivme sıfırdır, dolayısı ile $\sum F_y = ma_y = 0 \Rightarrow n + (-F_g) = 0$ Burdan $n = F_g$ bulunur.

Normal kuvvet, ağırlıkça eşit ve onunla zıt yönlüdür.
T sabit bir kuvvet ise $a_x = T/m$ ivmesi de sabittir.

Tavandan asılı lamba:



Tavana ağırlıksız bir ip ile bağlanan tavan lambasını göz önüne alalım. Lamba durgun olduğundan ($a=0$) Newton'un birinci yasasına göre

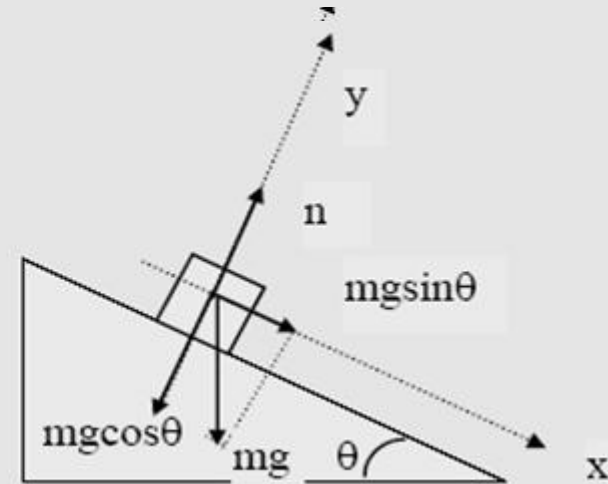
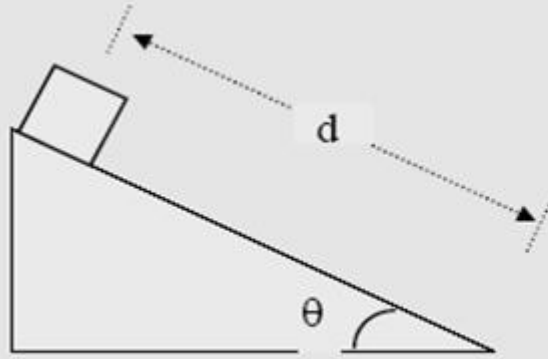
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = ma_y = 0 = T - F_g \quad T = F_g$$

Not: Burada F_g ve T etki-tepki çifti değildir.

Örnek 5.6 *Sürtünmesiz eğik düzlem:* Şekilde görülen sürtünmesiz, θ eğim açılı bir eğik düzlem üzerine m kütleli bir sandık konulmuştur. A) sandık serbest bırakılınca sahip olacağı ivmeyi bulunuz. B) Sandığın eğik düzlemin tepesinden serbest bırakıldığını varsayalım. Tepeden itibaren alt uca kadar olan uzaklık d olsun. Bloğun alt uca varması için geçen zaman nedir ve tam alt uçta sandığın hızı ne olacaktır?

Çözüm



$$\Sigma F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

y-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\Sigma F_y = n - mg \cos \theta = 0 \quad (\text{y yönünde hareket yok})$$

$$\text{x-yönünde ivme } ma_x = mg \sin \theta \Rightarrow a_x = g \sin \theta$$

$$\text{normal kuvvet } n = mg \cos \theta$$

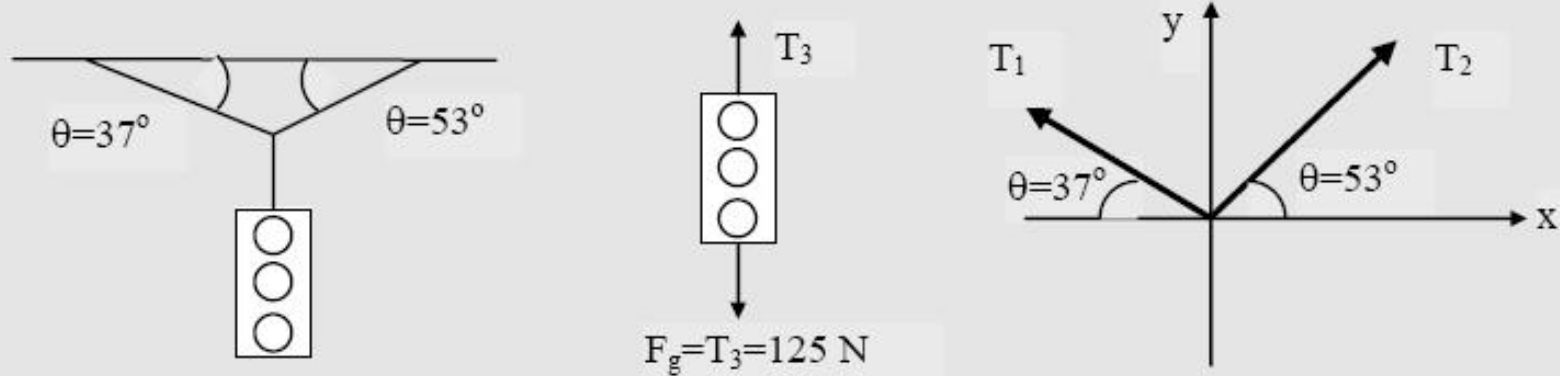
$$\text{b) } a_x = \text{sabit olduğundan } x = v_{0x}t + (1/2)a_x t^2$$

$$\text{Burada } v_{0x} = 0, x = d \text{ olarak verildiğinden } d = (1/2)a_x t^2 \Rightarrow t = (2d/a_x)^{1/2} = (2d/g \sin \theta)^{1/2}$$

$$\text{Cismin hızı } v^2 = v_{0x}^2 + 2a_x x \Rightarrow v^2 = 2a_x d \Rightarrow v = 2dg \sin \theta \quad \text{bulunur...}$$

Örnek 5.4 Bir trafik lambası şekilde görüldüğü gibi kablolarla bir desteğe asılmıştır. Üst taraftaki kablolar yatayla 37° ve 53° 'lik açılar yapmaktadır ve lambanın ağırlığı 125 N dur. Her üç kablodaki gerilmeyi bulunuz.

Çözüm:



x-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\Sigma F_x = -T_{1x} + T_{2x} = -T_1 \cos(37^\circ) + T_2 \cos(53^\circ) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

y-yönündeki bileşke kuvvet :

$$\Sigma F_y = T_{1y} + T_{2y} - T_{3x} = T_1 \sin(37^\circ) + T_2 \sin(53^\circ) - T_3 = 0 \quad \dots\dots(2)$$

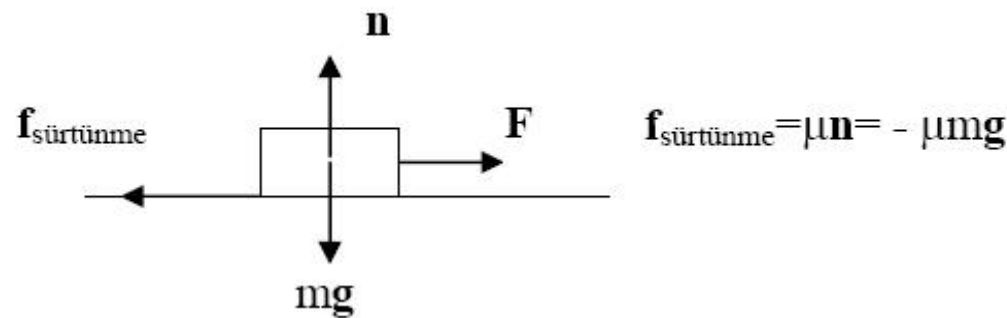
1.eşitlikten $T_2 = T_1 [\cos(37^\circ) / \cos(53^\circ)]$

T_2 değeri 2. eşitlikte yerine konursa $T_1 = 75,1 \text{ N}$ ve $T_2 = 99,9 \text{ N}$ bulunur..

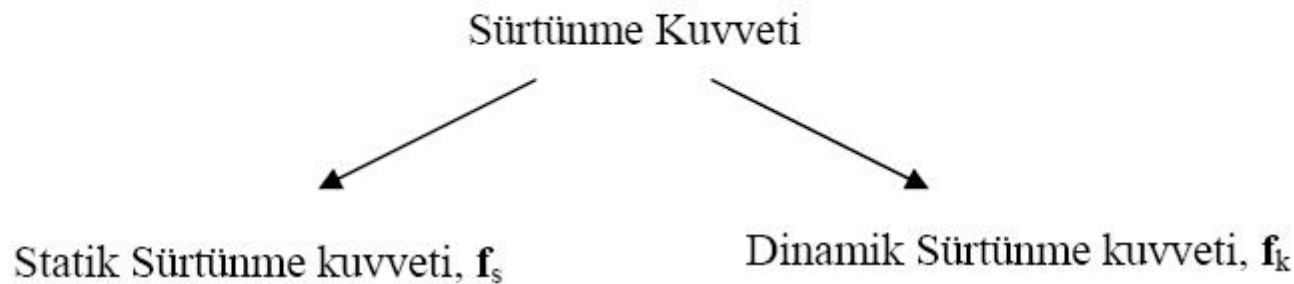
5-8 Sürtünme Kuvvetleri

Çevre faktörlerinden dolayı (hava, yüzeyin pürüzlülüğü vs.) cismin hareketine karşı koyan direnmelere sürtünme kuvveti denir. Bu dersimizde yüzeyler arasındaki temasdan kaynaklanan sürtünme kuvvetinden bahsedeceğiz.

Sürtünme kuvveti (f), genel olarak iki yüzey arasının pürüzlülüğünü gösteren sürtünme katsayısı (μ) ve normal kuvvete (n) bağlıdır.



İki yüzey arasında oluşacak olan sürtünme kuvvetini ikiye ayırabiliriz. Bunlar:



Birbiri ile temas halinde olan iki yüzey arasındaki *statik sürtünme kuvveti*, uygulanan kuvvetle zıt yönlüdür ve normal kuvvet ($\mathbf{n}$) ile orantılıdır.

$$\mathbf{f}_s \leq \mu_s \mathbf{n}$$

Hareket eden bir cisme etki eden *kinetik sürtünme kuvveti* daima cismin hareketinin zıt yönündedir.

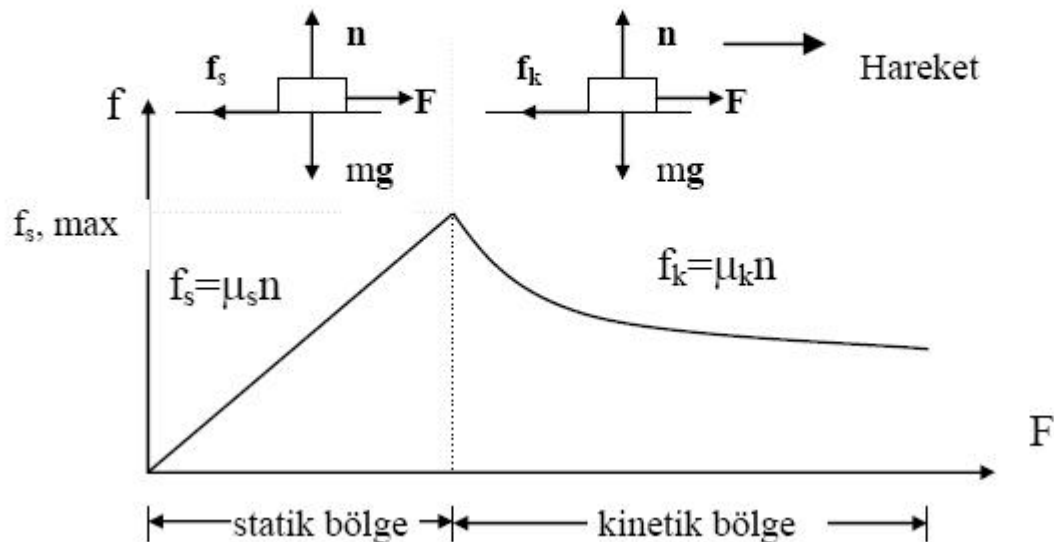
$$\mathbf{f}_k = \mu_k \mathbf{n}$$

Burada

μ_s : statik (durağan) sürtünme katsayısı,

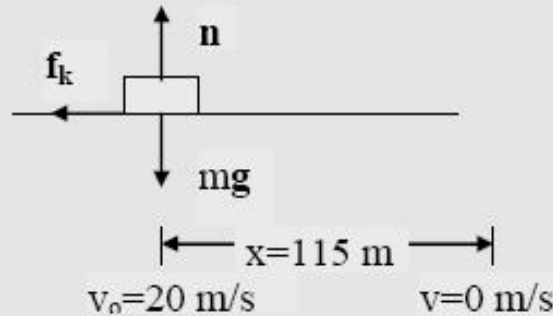
μ_k : dinamik (hareket) sürtünme katsayısıdır

Cisim durağan veya hareketli olduğu zaman cisim ile hareket ettiği zemin arasındaki sürtünme katsayısı (μ) farklıdır.



Örnek 5.13 Donmuş bir havuzda bir hokey diskine vurulsun ve ona 20 m/s'lik bir hız kazandırılmış olsun. Disk, buz yüzeyi üzerinde durmadan önce 115 m kayarsa disk ile buz yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

Çözüm:



$$\Sigma F_x = -f_k = ma_x$$

$$\Sigma F_y = n - mg = 0$$

$$f_k = \mu_k n \text{ ve } n = mg$$

$$f_k = -\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x \Rightarrow a_x = -\mu_k g$$

İvme sabit olduğundan zamansız hız formülün: $v^2 = v_o^2 + 2a_x x$

Cismin ilk hızı $v_o = 20 \text{ m/s}$ ve cisim $x = 115 \text{ m}$ sonra duracağından $v = 0$ dır.

$$0 = v_o^2 + 2a_x x \Rightarrow 0 = v_o^2 - 2(\mu_k g)x \Rightarrow \mu_k = v_o^2 / 2gx = (20 \text{ m/s})^2 / [2 \cdot (9,8 \text{ m/s}^2)(115 \text{ m})]$$

$$\mu_k = 0,117 \text{ bulunur.}$$

Bölüm 6: Dairesel Hareket



Kavrama Soruları

- 1- Bir cismin sürati değişmiyor ise hızındaki değişmeden bahsedilebilir mi?
- 2- Hızı değişen bir cismin sürati değişir mi?
- 3- Düzgün dairesel harekette cismin hızı değişir mi?
- 4- Düzgün dairesel harekette cismin sürati değişir mi?
- 5- Merkezci kuvvet mi yoksa merkezkaç kuvvet mi gerçek bir kuvvettir?
- 6- Yalancı (sözde) kuvvetlerin kaynağı nedir?

Konu İçeriği

Sunuş

6-1 Düzgün Dairesel Hareket

6-2 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

6-3 Newton'un 2. Yasasının Düzgün Dairesel Harekete Uygulanması

Sunuş

Bu bölümde, sabit bir eksen etrafında dönü hareketi yapan bir cismin hareketi incelenecektir. Öncelikle düzgün dairesel hareket yapan bir cismin ivmesi türetilecek daha sonrada en genel dairesel hareket yapan (düzgün olmayan dairesel hareket) cismin ivme ifadesi elde edilecektir. Newton'un 2. yasasının düzgün ve düzgün olmayan dairesel harekete uygulanarak merkezci kuvvet ifadesi elde edilecek ve gerçek olmayan kuvvetlerin kaynağına değinilecektir.

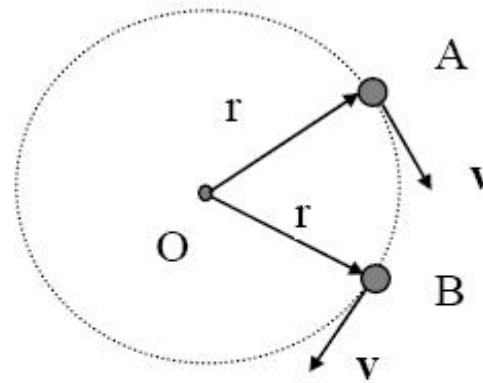
6-1 Düzgün Dairesel Hareket

Dairesel hareket, sabit bir merkez etrafında olan ve yarıçapın değişmediği harekete denir. Dairesel harekette hız vektörünün büyüklüğü değişmese de hareketin doğası gereği yönü hareket boyunca sürekli değiştiğinden dolayı dairese hareket yapan cismin bir ivmesinin olduğu söylenir. Dairesel harekette hızın yönü yanı sıra hızın büyüklüğünün zamanla değişip-değişmediğine bakarak dairese hareketi iki kısma ayırarak inceleyebiliriz. Bunlar sırası ile *Düzgün Dairesel Hareket* ve *Düzgün Olmayan Dairesel Hareket*'dir.

Düzgün Dairesel Hareket: Dairesel bir yörüngede cismin hızının büyüklüğü (sürat) zamanla değişmiyor ise bu harekete düzgün dairese hareket denir.

Düzgün Olmayan Dairesel Hareket: Dairesel bir yörüngede cismin hızı zamanla değişiyor ise bu harekete düzgün olmayan dairese hareket denir.

Sabit bir “O” merkezi etrafında hızının büyüklüğü (sabit sürat) değişmeyen bir cismin hareketini düşünelim. Cisim A ve B noktalarında iken hızın büyüklüğü (sürati) değişmemiştir ancak A ve B noktalarında hız vektörünün yönü değişmiştir. Hız, vektörel bir nicelik olduğundan, yöndeki değişme hız vektöründeki bir değişmeyi göstermektedir.

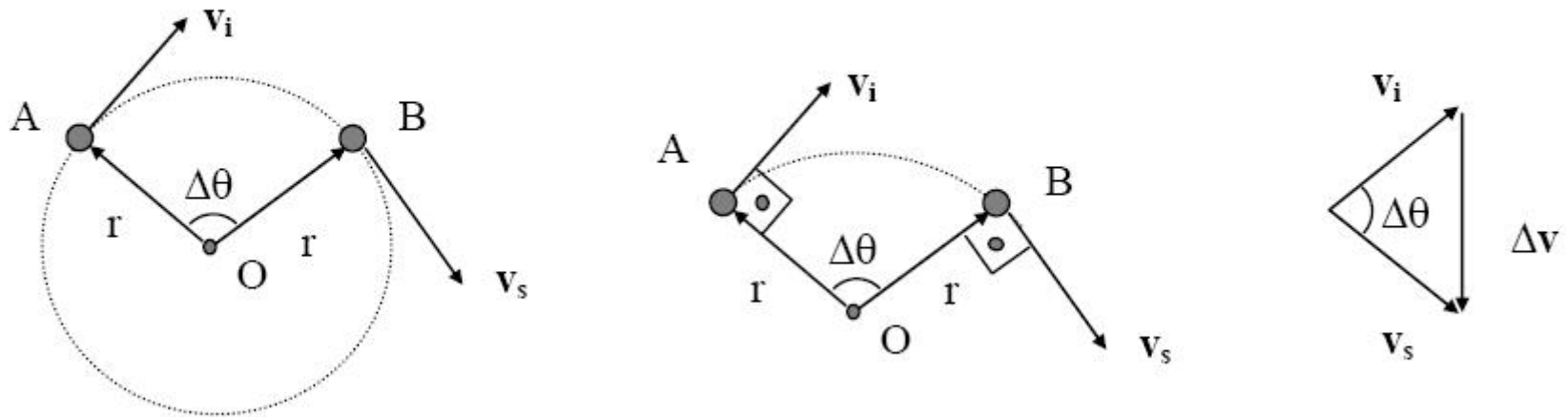


Şekil 6.1: Dairesel hareket

Düzgün dairesel harekette hızın büyüklüğü (sürat) değişmese bile hızın doğrultusu değiştiğinden dolayı hızda bir değişimin olduğu, yani cismin bir ivmesinin olduğu söylenir.

$|v| = \text{sabit}$ ama hız vektörünün yönü sürekli değiştiğinden v vektörü zaman içerisinde değişir. Bu sebepten Newton'un 1. kanunundan dolayı $a \neq 0$ dır.

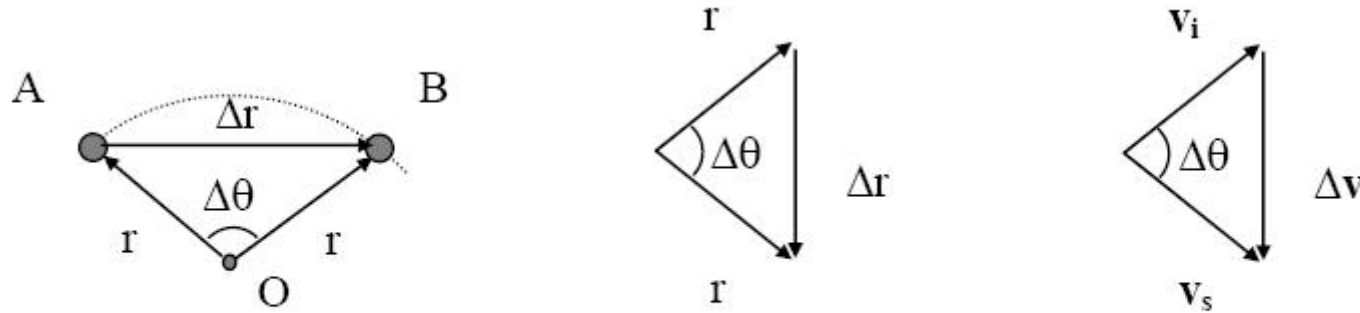
Şimdi düzgün dairesel hareket yapan bir cismin ivmesini bulmaya çalışalım:



Şekil 6.2 Düzgün dairesel harekette hız vektörünün zamanla değişimi



Cisim t_i zamanında A noktasında ve hızı $\mathbf{v}_i$,
 t_s zamanında B noktasında ve hızı $\mathbf{v}_s$ olsun.



Şekil 6.3 Düzgün dairesel harekette konum vektörünün zamanla değişimi ve hız vektörü ile benzerliği

Hızın büyüklüğü değişmediğinden $|\mathbf{v}_i| = |\mathbf{v}_s| = |\mathbf{v}|$ yazabiliriz.

Ortalama ivme tanımımız;

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \dots\dots\dots 1$$

Yukardaki (Şekil 6.3) $r, r, \Delta r$ kenarlı ikizkenar üçgeni $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_s, \Delta \mathbf{v}$ üçgenine benzediğinden,

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r \dots\dots\dots 2$$



2. eşitliğini 1. eşitlikte Δv 'yerine koyarsak

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \left(\frac{v}{r} \Delta r\right) \frac{1}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v \text{ olduğundan,}$$

$$a = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \frac{v^2}{r} \text{ olduğunu buluruz.}$$

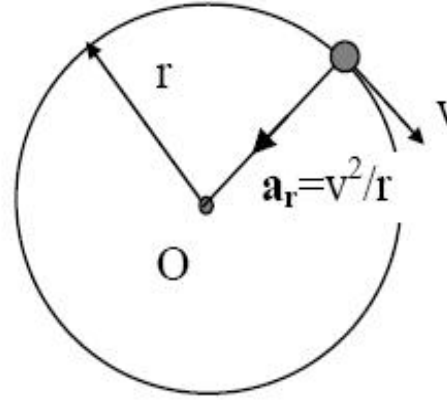
Bu, düzgün dairesel harekette ivmenin büyüklüğünü veren ifadedir. Burada v ve r değerleri sırası ile

v: teğetsel hız,

r: yarıçap

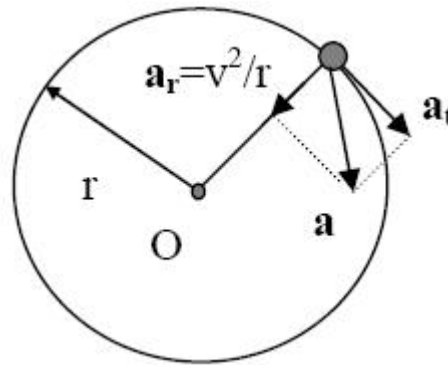
Bu ivmenin yönü, dairenin merkezine doğru yöneldiğinden dolayı **Merkezcil İvme** denir. Merkezcil ivmeyi gösterdiğini belirtmek için yukardaki ivme ifadesini a_r ile gösteririz:

$$\text{İvme } a_r = \frac{v^2}{r}$$



Teğetsel ve Radyal İvme:

Bir parçacığın hızının hem büyüklüğünün hem de doğrultusunun değiştiğini kabül edelim. Bu durumda merkezcil ivmeye (a_r) ek olarak cismin teğetsel hızının değişiminden dolayıda teğetsel bir ivme de oluşacaktır.



Teğetsel İvme: Parçacığın hızının büyüklüğündeki değişimden kaynaklanır. Yönü ani hız yönündedir ve büyüklüğü:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Çapsal (Radyal) İvme: Dairesel hareket yapan bir cismin hız vektörünün sadece doğrultusundaki değişimden kaynaklanır ve büyüklüğü

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \text{ile verilir.}$$

Burada:

v : teğetsel hız,

r : yarıçap

Bileşke ivme en genel olarak bu iki vektörün vektörel toplamı olarak ifade edilir:

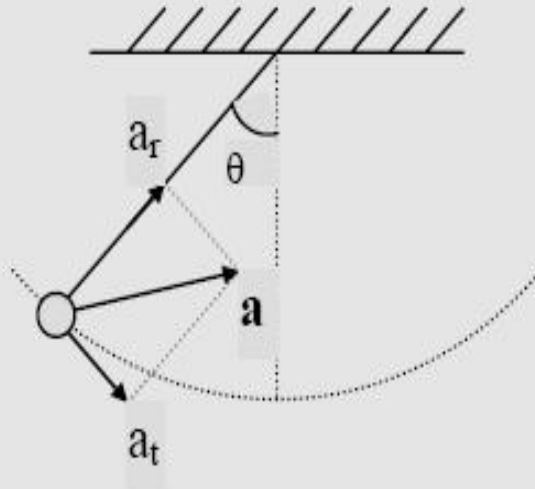
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

Bu ivme vektörünün büyüklüğü:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} \quad \text{ile verilir.}$$

- Örnek 4.8** *Sallanan Top:* 0,5 m uzunluğunda bir sicimin ucuna bağlanan bir top, şekildeki gibi, yerçekiminin etkisi altında düşey bir daire çerçevesinde salınmaktadır. Sicim, düşeyle $\theta=20^\circ$ 'lik açı yaptığı zaman top 1,5 m/s'lik hıza sahiptir.
- İvmenin bu andaki çapsal ($\mathbf{a}_r$) bileşenini bulunuz
 - $\theta=20^\circ$ olduğu zaman teğetsel ivmenin ($\mathbf{a}_t$) büyüklüğü nedir?
 - $\theta=20^\circ$ 'de toplam ivmenin ($\mathbf{a}$) büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

Çözüm:



$$\theta=20^\circ \quad v=1,5 \text{ m/s}$$

a) Merkezci ivme:

$$a_r = v^2/r = (1,5 \text{ m/s})^2 / (0,5 \text{ m}) = 4,5 \text{ m/s}^2$$

b) Teğetsel ivme:

$$a_t = g \sin \theta = (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot \sin(20^\circ) = 3,4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{c) } \mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

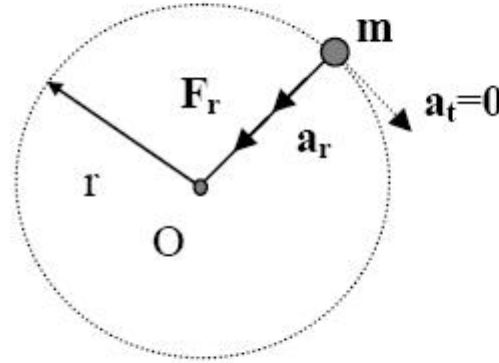
$$\text{İvmenin büyüklüğü: } |a| = (a_r^2 + a_t^2)^{1/2} = [(4,5 \text{ m/s}^2)^2 + (3,4 \text{ m/s}^2)^2]^{1/2} = 5,6 \text{ m/s}^2$$

$$\text{yönü: } \phi = \arctan(a_t/a_r) = \arctan[(3,4 \text{ m/s}^2)/(4,5 \text{ m/s}^2)] = 37^\circ \text{ bulunur...}$$

6-3 Newton'un 2. Yasasının Dairesel Harekete Uygulanması



Kütlesi m olan bir cismin düzgün dairesel hareket yaptığını düşünelim.



Cismin merkeze doğru yönelmiş bir ivmesinin olduğunu ve büyüklüğünün

$$a_r = \frac{v^2}{r} \text{ şeklinde olduğunu bulmuştuk.}$$

Newton'un ikinci yasasını düzgün dairesel harekete uygularsak:

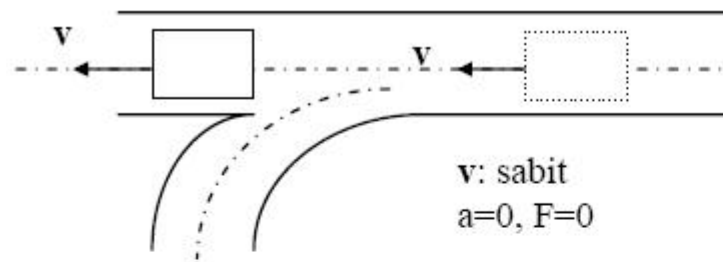
$$\sum F_r = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

olduğunu buluruz. Bu kuvvete *Merkezcil Kuvvet* denir ve yönü merkezcil ivme ile aynı yönlü yani merkeze yöneliktir.

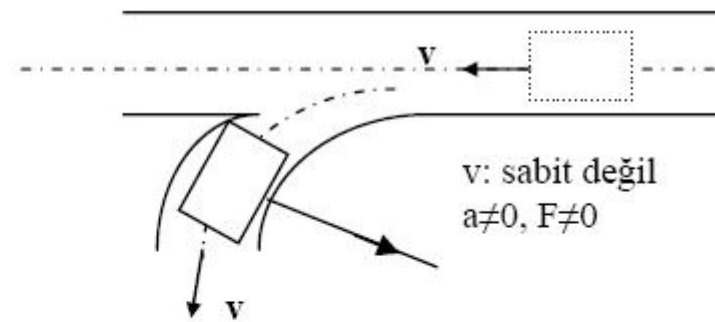
Bu sonuç ile dairesel hareket yapan bir cismin merkeze yönelmiş olan bir kuvvetin etkisinde kaldığını söyleyebiliriz.

Günlük hayatımızda, bulduğumuz bu merkezci kuvvetin aksine, yönü merkezden uzaklaşan yönde bir kuvvetin etkisini gözleriz. Bu kuvvete *Merkezkaç Kuvvet* deriz. Bu bulgularımız ve günlük hayattaki tecrübelerimizin farklı oluşunun mantıksal bir açıklaması vardır ve bunu aşağıdaki şekilde açıklamaya çalışacağız.

Merkezkaç Kuvvet, gerçek bir kuvvet olmayıp sadece fiziksel bir olayı hareketli (eylemli) bir gözlem çerçevesinde izlediğimiz için ortaya çıkan sözde bir kuvvettir. Bunu anlamak için aşağıdaki taşıtın hareketini iki farklı gözlem çerçevesinden inceleyelim:



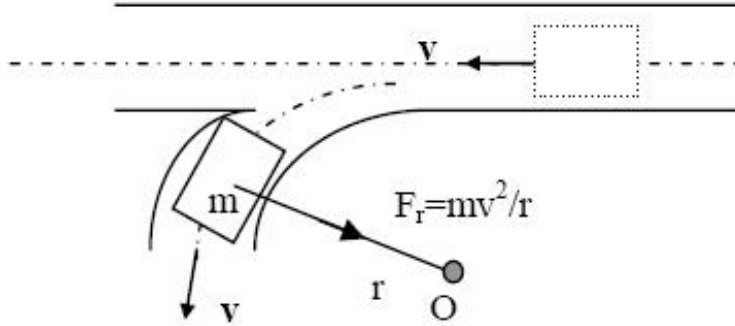
a) Durum-1



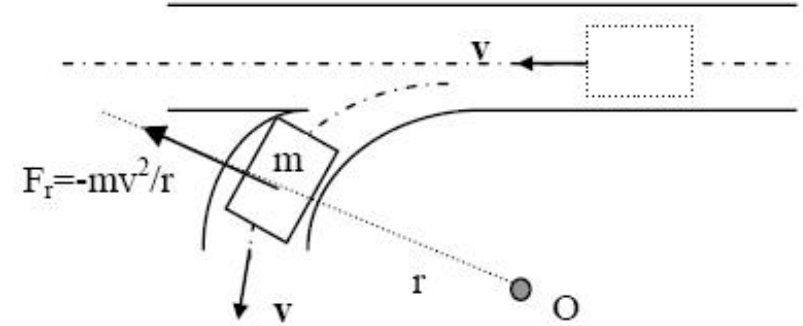
b) Durum-2

Yukardaki birinci durumda (a) cisim sabit bir doğrultuda ve hızda hareket ettiği için ivmesi sıfırdır ve Newton'un ikinci yasası gereği üzerine etki eden kuvvet de sıfır olur. Bu durumu ister hareketli gözlem çerçevesinden (arabanın içinden) isterse durağan bir gözlem çerçevesinden izleyelim aynı fiziksel olayı gözlemleriz.

Arabanın hızının büyüklüğünü koruyarak (sabit sürat) yoldan ayrılmasını gösteren ikinci durum (b) birinci durumdan çok farklıdır. Burda arabanın hızının büyüklüğü değişmemesine rağmen viraja girdiğinden hızın yönü değiştiği için ivmesi sıfırdan farklıdır ve dolayısı ile de üzerine merkezci bir kuvvet etki etmektedir. Araba ivmeli bir hareket yaptığı için artık bu araba eylemsiz bir gözlem çerçevesi olmaktan çıkar ve bu gözlem çerçevesinden gözleyeceğimiz olaylar eylemsiz (durağan) bir çerçeveden gözleyeceğimiz olaylardan farklı olur. Yukardaki ikinci durumu hem arabanın içindeki bir gözlem çerçevesinden hemde dışardaki bir gözlem çerçevesinden izleyerek merkezkaç kuvvetin neden gerçek bir kuvvet olmadığını fakat bunun yanında günlük deneyimlerimizde neden varlığını hep hissettiğimiz bir kuvvet olduğunu anlayabiliriz.



Arabanın dışında, durağan (eylemsiz) bir gözlem çerçevesinden bakıldığında



Arabanın içinden (eylemli) gözlem çerçevesinden bakıldığında

Viraja giren arabaya eylemsiz bir gözlem çerçevesinden (arabanın dışında, durağan bir çerçeveden) bakıldığında yapacağımız gözlem şu olacaktır: başlangıçta araba sabit bir v hızı ile gidiyordu ve ivmesi sıfırdı. Ama tam viraja geldiği anda araba bir kuvvetin etkisi altında kalarak dairesel bir hareket yapmaya zorlandı ve bu kuvvet “O” merkezine yönelen merkezci kuvvetten başka bir şey olamaz.

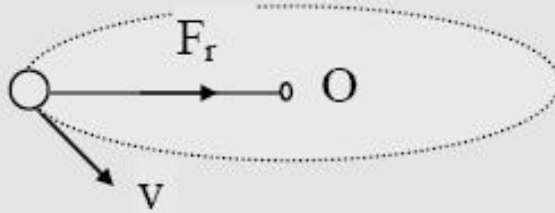
Aynı gözlemi arabanın içinden yaptığımızda ise yapacağımız gözlem şu olacaktır: başlangıçta cisim sabit bir v hızı ile gidiyordu ve ivmesi sıfırdı. Ama tam viraja geldiği anda dışarıya doğru savrulduğumuzu yani “O” merkezinin tersi yönünde merkezkaç bir kuvvetin etkisinde kaldığımız gerçeği.

Yukardaki gözlemlerimizden şu sonuçları çıkarabiliriz: ivmeli hareket yapan araba, eylemli bir gözlem çerçevesi olduğundan bu gözlem çerçevesinden yapacağımız gözlemler bizi yanıltır ve gerçek olmayan kuvvetleri, örneğin merkezkaç kuvvetini, hissetmemize neden olur. Bunun yanında eylemsiz bir gözlem çerçevesinden yapacağımız gözlemler gerçek kuvvetleri (örneğin merkezci kuvvet) gözlemlememizi olanaklı kılar.

Özetle, gerçek olan Merkezci Kuvvettir, Merkezkaç Kuvvet ise ivmeli (eylemli) gözlem çerçevesinde yapılan gözlemin bir sonucu olarak ortaya çıkan yalancı bir kuvvettir yani gerçek bir kuvvet değildir.

Örnek 6.2 0,5 kg kütleli bir top, 1,5 m uzunluğunda kablonun ucuna bağlanmıştır. Top, şekilde görüldüğü gibi yatay düzlemde dairesel yörüngede hızla döndürülüyor. Kablo 50 N'luk maksimum gerilmeye dayanabiliyorsa, kopmadan önce topun sahip olabileceği maksimum sürat nedir?

Çözüm:



$$\sum F_r = ma_r = mv^2/r$$

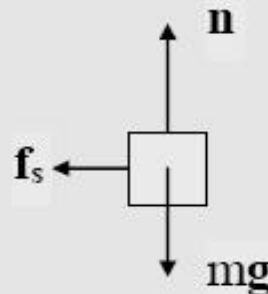
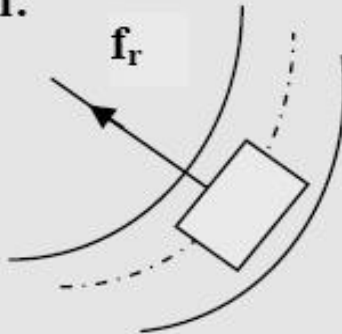
$$T = mv^2/r \Rightarrow v = (rT/m)^{1/2}$$

$$v_{\max} = (rT_{\max}/m)^{1/2}$$

$$v_{\max} = [(1,5\text{m}).(50\text{N})/(0,5\text{kg})]^{1/2} = 12,2 \text{ m/s}$$

Örnek 6.4 1500 kg kütleli bir araba düz bir yolda şekilde görüldüğü gibi 35 m yarıçaplı bir virajda hareket etmektedir. Yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı kuru zemin için 0,5 ise arabanın emniyetli olarak dönebileceği maksimum hızı bulunuz.

Çözüm:



$$f_r = ma_r = mv^2/r, \quad f_{s,\max} = \mu_s n, \quad n = mg$$

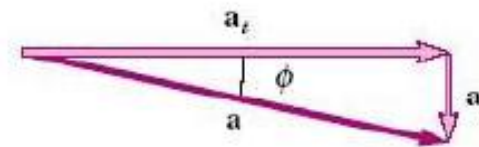
$$v_{\max} = (rf_{s,\max}/m)^{1/2} = (r\mu_s mg/m)^{1/2} = (r\mu_s g)^{1/2}$$

$$v_{\max} = [(35\text{m}).(0,5).(9,8\text{m/s}^2)]^{1/2} = 13,1 \text{ m/s}$$

Örnek 4.8-Merkezcil ivme



(a)



(b)

- Bir araba 0.300 m/s^2 ivme ile şekildeki gibi hareket etmektedir. Yarıçapı 500 m olan bir tepeden geçerken arabanın yatay hızının büyüklüğü 6.00 m/s dir. Arabaya etki eden toplam ivme nedir?

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

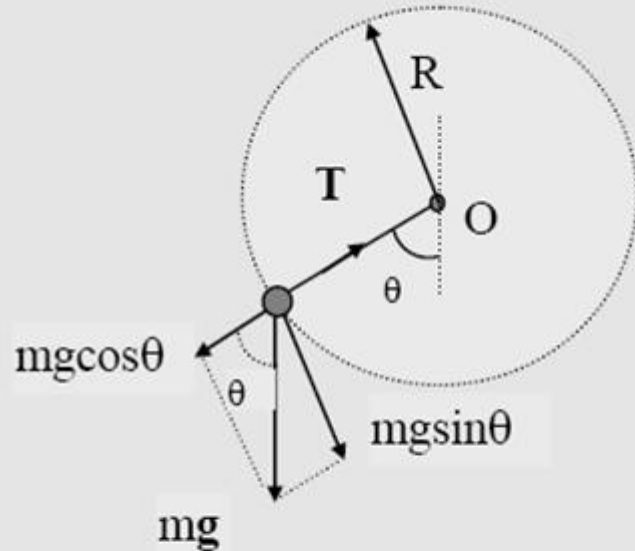
$$a_r = -\frac{v^2}{r} = -\frac{(6.00 \text{ m/s})^2}{500 \text{ m}} = -0.0720 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(-0.0720)^2 + (0.300)^2} \text{ m/s}^2$$

$$= 0.309 \text{ m/s}^2$$

Örnek 6.4 Dönen Top: m kütleli küçük bir küre şekilde görüldüğü gibi R uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanarak düşey düzlemde bir O noktası etrafında dairesel yörüngede döndürülüyor. Cismin hızının v olduğu ve ipin düşeyle θ açısı yaptığı bir anda ipteki gerilmeyi hesaplayınız.

Çözüm:



Hız düzgün olmadığından $a_t \neq 0$
Teğet doğrultusundaki kuvvet:

$$\sum F_t = mg \sin \theta = m a_t$$

$$a_t = g \sin \theta$$

Çapsal doğrultudaki kuvvet:

$$\sum F_r = T - mg \cos \theta = m v^2 / r$$

$$T = (v^2 / r + g \cos \theta) m$$

Özel Durumlar:

- 1) Yörüngenin üst noktasında $\theta = 180^\circ$, $\cos(180^\circ) = -1$
 $T = (v_{\text{üst}}^2 / r - g)$ (ipteki gerilim minimum!)
- 2) Yörüngenin alt noktasında $\theta = 0^\circ$, $\cos(0^\circ) = +1$
 $T = (v_{\text{alt}}^2 / r + g)$ (ipteki gerilim maksimum!)

6-4 Newton'un 2. Yasasının Düzgün Olmayan Dairesel Harekete Uygulanması

Eğer dairesel yörüngede hareket eden cismin hızının büyüklüğü de zaman içerisinde değişiyor ise, merkezci ivmeye ek olarak birde teğetsel ivme var olacaktır. Cismin toplam ivmesi bu iki ivme vektörünün vektörel toplamı olacaktır.

Toplam İvme

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

Kuvvet:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m(\mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t) = m\mathbf{a}_r + m\mathbf{a}_t$$

Burada;

$m\mathbf{a}_r$ =Merkezcil Kuvvet

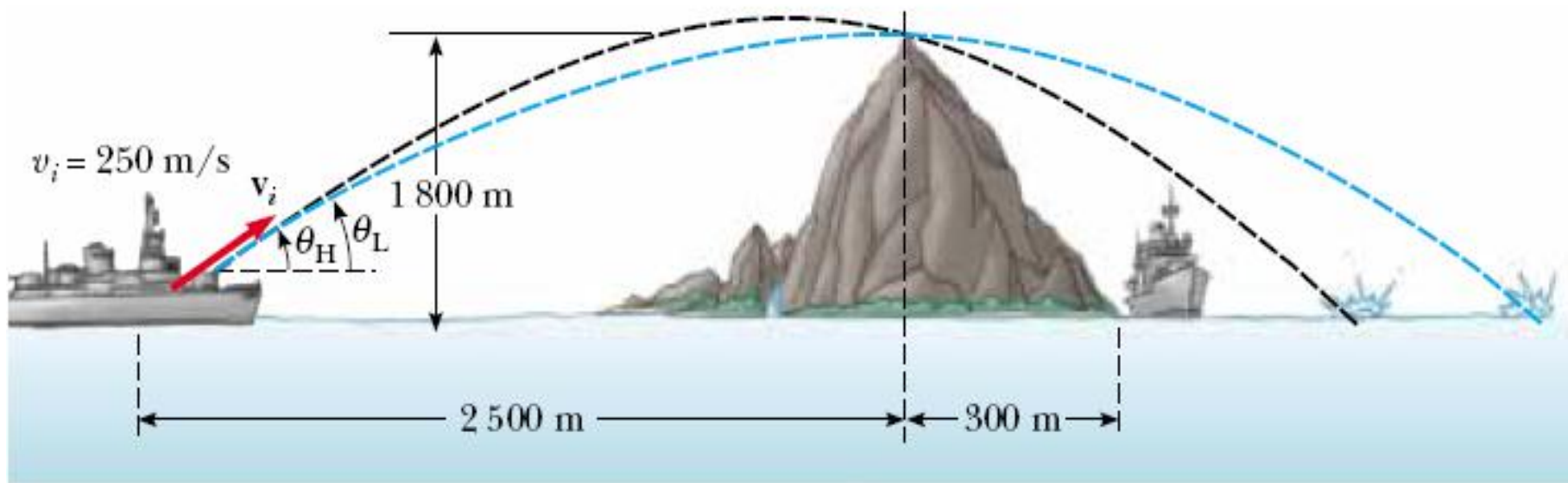
$m\mathbf{a}_t$ =Teğetsel Kuvvet

dir.



An enemy ship is on the east side of a mountain island, as shown in Figure P4.71. The enemy ship has maneuvered to within 2 500 m of the 1 800-m-high mountain peak and can shoot projectiles with an initial speed of 250 m/s. If the western shoreline is horizontally 300 m from the peak, what are the distances from the western shore at which a ship can be safe from the bombardment of the enemy ship?

Sayfa 108, problem 70





Önce dağın zirvesini yalayarak geçebileceği en büyük θ_H buluruz. Bu, bombalanan en yakın noktayı verecektir. Sonra dağın zirvesinden aşacak en küçük θ_L açısını buluruz ki buda verilen şartlarda maksimum menzili verecek. Her iki halde de θ_L ve $\theta_H > 45$ derecedir.

verilenler $x = 2500 \text{ m}$, $y = 1800 \text{ m}$, $v_i = 250 \text{ m/s}$.

$$y_f = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_i(\sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x_f = v_{xi}t = v_i(\cos \theta)t$$

$$t = \frac{x_f}{v_i \cos \theta}$$

$$y_f = v_i(\sin \theta) \frac{x_f}{v_i \cos \theta} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x_f}{v_i \cos \theta} \right)^2 = x_f \tan \theta - \frac{gx_f^2}{2v_i^2 \cos^2 \theta} \left[\frac{1}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta + 1 \right]$$



$$y_f = x_f \tan \theta - \frac{gx_f^2}{2v_i^2} (\tan^2 \theta + 1)$$



$$0 = \frac{gx_f^2}{2v_i^2} \tan^2 \theta - x_f \tan \theta + \frac{gx_f^2}{2v_i^2} + y_f.$$

Değerleri yerine koyarak çözersek;

$$\tan \theta = 3.905 \text{ or } 1.197, \text{ which gives } \theta_H = 75.6^\circ \text{ and } \theta_L = 50.1^\circ.$$

menzil $\theta_H \Rightarrow \frac{v_i^2 \sin 2\theta_H}{g} = 3.07 \times 10^3 \text{ m}$ Düşman gemisinden

$$3.07 \times 10^3 - 2500 - 300 = 270 \text{ m}$$
 kıyıdan

menzil $\theta_L \Rightarrow \frac{v_i^2 \sin 2\theta_L}{g} = 6.28 \times 10^3 \text{ m}$ Düşman gemisinden

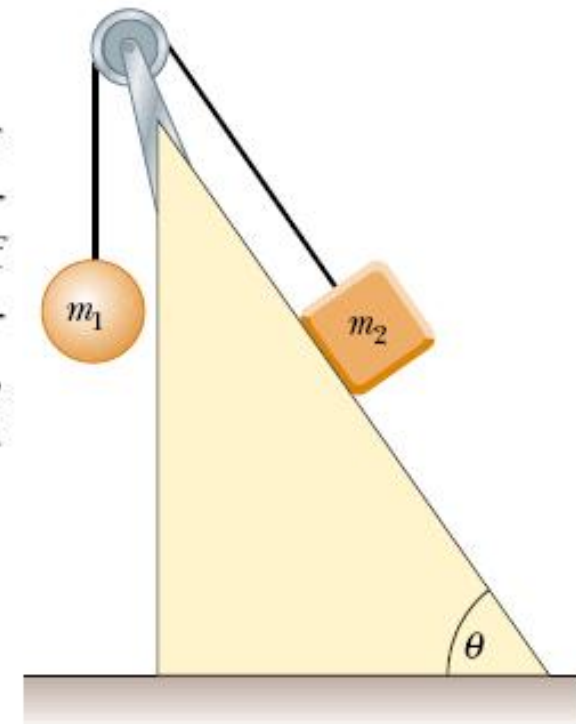


$$6.28 \times 10^3 - 2500 - 300 = 3.48 \times 10^3 \text{ kıydan}$$

Böylece emniyet mesafesi $\boxed{< 270 \text{ m}}$ or $\boxed{> 3.48 \times 10^3 \text{ m}}$ Kıydan olmalıdır

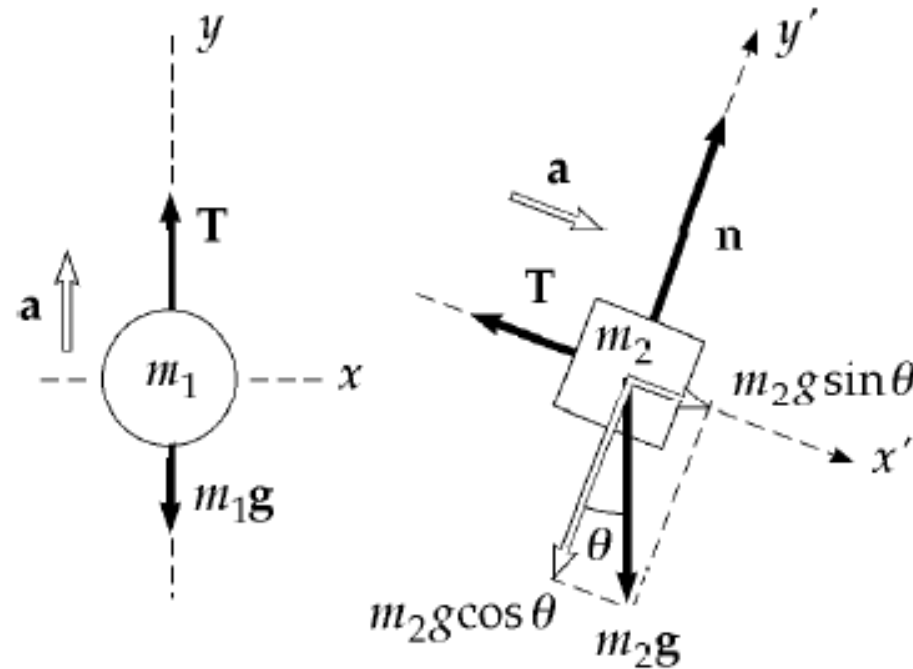
Sayfa 143, problem 34

Two objects are connected by a light string that passes over a frictionless pulley, as in Figure P5.26. Draw free-body diagrams of both objects. If the incline is frictionless and if $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 6.00 \text{ kg}$, and $\theta = 55.0^\circ$, find (a) the accelerations of the objects, (b) the tension in the string, and (c) the speed of each object 2.00 s after being released from rest.





verilenler $m_1 = 2.00 \text{ kg}$, $m_2 = 6.00 \text{ kg}$, $\theta = 55.0^\circ$



$$(a) \quad \sum F_x = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a$$

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2} = \boxed{3.57 \text{ m/s}^2}$$

$$(b) \quad T = m_1(a + g) = \boxed{26.7 \text{ N}}$$

$$(c) \quad v_i = 0, v_f = at = (3.57 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ s}) = \boxed{7.14 \text{ m/s}}.$$

Havaalanındaki bir bayan 20kg'lık valizini yatayla θ açısı yapan bir kuvvet ve sabit bir hızla şekilde görüldüğü gibi çekiyor. Kadının valize uyguladığı kuvvet 35N ve valiz ile zemin arasındaki Sürtünme kuvveti 20N dur. Valiz için serbest cisim diyagramı çiziniz.

- Çekme ipi yatayla hangi açıyı yapmaktadır.
- Zemin valize ne kadar normal kuvvet uygular.

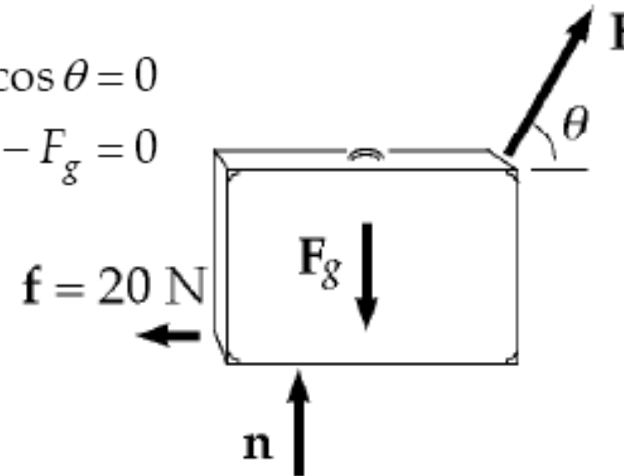




$$m_{\text{suitcase}} = 20.0 \text{ kg}, F = 35.0 \text{ N}$$

$$\sum F_x = ma_x: -20.0 \text{ N} + F \cos \theta = 0$$

$$\sum F_y = ma_y: +n + F \sin \theta - F_g = 0$$



$$(a) \quad F \cos \theta = 20.0 \text{ N}$$

$$\cos \theta = \frac{20.0 \text{ N}}{35.0 \text{ N}} = 0.571$$

$$\boxed{\theta = 55.2^\circ}$$

$$(b) \quad n = F_g - F \sin \theta = [196 - 35.0(0.821)] \text{ N}$$

$$\boxed{n = 167 \text{ N}}$$

Bölüm 7: İş ve Kinetik Enerji



Kavrama Soruları

- 1- Kuvvet ve yer değiştirmenin sıfırdan farklı olduğu durumlarda iş sıfır olabilir mi?
- 2- Dairesel harekette merkezci kuvvetin yaptığı iş nedir (veya iş yapar mı?)?
- 3- İki vektörün skaler çarpımı neden skaler bir sayıdır?
- 4- Bir ton buğday tanesini bir binanın tepesine çıkaran bir vinç ile bir karıncanın yaptıkları iş aynı mıdır?
- 5- Karınca mı yoksa vinç mi daha güçlüdür?

Konu İçeriği

Sunuş

- 7-1 Sabit bir kuvvetin yaptığı iş
- 7-2 İki vektörün skaler çarpımı
- 7-3 Değişken kuvvetin yaptığı iş
- 7-4 Kinetik enerji ve iş-kinetik enerji teoremi
- 7-5 Güç

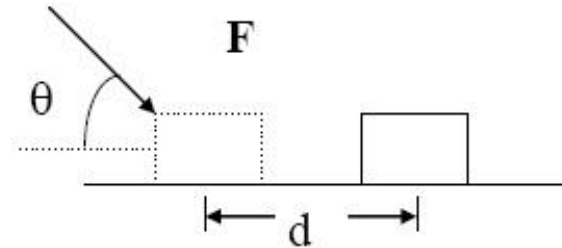
Sunuş

Bu bölümde, iş tanımı yapılacak, önce sabit bir kuvvetin yaptığı iş, daha sonra büyüklüğü konuma göre değişen bir kuvvetin yaptığı iş hesaplanacaktır. İki vektörün skaler çarpımı anlatılacak ve iş ifadesinin skaler çarpım olarak nasıl ifade edileceği gösterilecektir. Son olarak da güç kavramına değinilecektir.

7-1 Sabit Bir Kuvvetin Yaptığı İş

İş: Cisim üzerine sabit bir kuvvet uygulayan bir etkenin cisim üzerinde yaptığı iş, W , kuvvetin (F) yer değiştirme (d) yönündeki bileşeni ile yer değiştirmenin çarpımıdır.

$$W=(F.\cos\theta)d$$



Burada:

F : uygulanan kuvvet

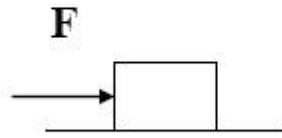
d : yer değiştirme

θ : F ile d yer değiştirme vektörü arasındaki açı

İş, skaler bir nicelikdir. Boyutu [kuvvet].[uzunluk] yada temel boyutlar cinsinden $[ML^2/T^2]$.

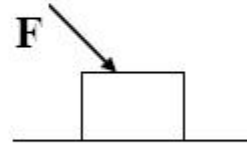
İşin SI birim sisteminde birimi *newton-metre* (N.m) veya *Joule* (J) olarak ifade edilir.

İşin sıfırdan farklı olabilmesi için kuvvet (F) ve yer değiştirme (d) niceliklerinden her ikisinin de değerinin sıfırdan farklı olması gerekmektedir.

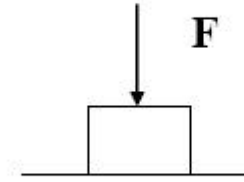


$$W = F \cdot d$$

$$F \parallel d$$



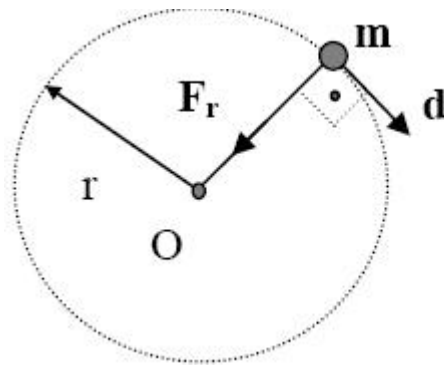
$$W = (F \cdot \cos\theta) d$$



$$W = 0$$

$$F \neq 0, d = 0$$

Bu şartın yanında, yer değiştirmenin kuvvet yönünde bileşeninin de olması gerekmektedir. Eğer yerdeğiştirme ile kuvvet arasında 90° 'lik bir açı varsa yapılan iş sıfırdır. Bu duruma en güzel örnek dairesel harekettir. Dairesel harekette dairesel hareket yapan cisme etki eden kuvvet çapsal doğrultuda ve merkeze doğru olmasına rağmen cismin yerdeğiştirmesi bu kuvvete dik olan yörüngeye teğet doğrultudadır.

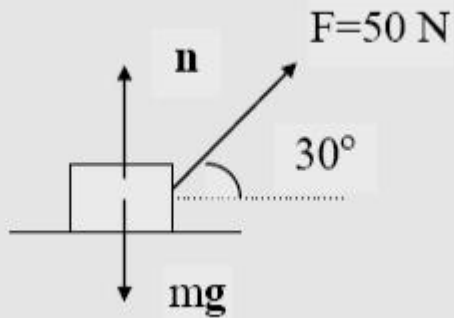


$$W = 0$$

$$W = (F \cdot \cos 90^\circ) d = 0$$

Örnek 7.1 Bir adam bir cismi yatayla 30° 'lik bir açıda $F=50\text{ N}$ büyüklüğünde bir kuvvet ile çekiyor. Cisim yataya doğru 3m yer değiştirdiğinde kuvvetin cisim üzerinde yaptığı işi hesaplayınız.

Çözüm:

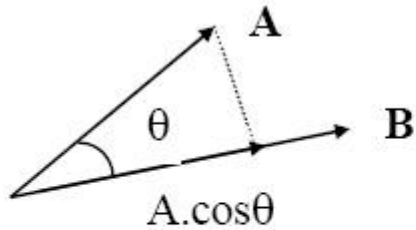


$$\begin{aligned} W &= (F \cos \theta) d \\ &= (50\text{ N}) \cdot (\cos 30^\circ) \cdot (3\text{m}) \\ &= 130\text{ J} \end{aligned}$$

Kuvvetin yukarı yönlü bileşeni $F \sin \theta$, cisim üzerine hiçbir iş yapmaz çünkü bu kuvvet yer değiştirmeye diktir.

7.2 İki Vektörün Skaler Çarpımı

A ve **B** gibi herhangi iki vektörün skaler çarpımı, bu iki vektörün büyüklükleri ile bunların arasındaki açının kosinüsünün çarpımına eşit olan skaler bir nicelikdir.



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta \quad \text{Skaler Çarpım}$$

Skaler çarpımda vektörlerden birinin diğer vektör üzerindeki iz düşümü alınarak aynı doğrultuya getirilir ve bunlara skaler sayı nuammelesi yapılabilir.

A ve **B** vektörlerini birim vektörler cinsinden ifade ederek iki vektörün skaler çarpımını bulmaya çalışalım.

$$\mathbf{A} = A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}}$$

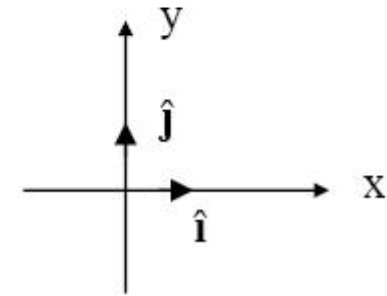
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}}) \cdot (B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}}) = A_x B_x (\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}}) + A_x B_y (\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}}) + A_y B_x (\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}}) + A_y B_y (\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}})$$

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 1 \quad (\text{İki birim vektör arasındaki açı } \theta = 0^\circ, \cos(0^\circ) = 1)$$

$$\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = 1 \quad (\text{İki birim vektör arasındaki açı } \theta = 0^\circ, \cos(0^\circ) = 1)$$

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0 \quad (\text{İki birim vektör arasındaki açı } \theta = 90^\circ, \cos(90^\circ) = 0)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y \quad \text{bulunur.}$$



Örnek 7.2 **A** ve **B** vektörleri $\mathbf{A} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ ve $\mathbf{B} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$ olarak veriliyor.

- $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ skaler çarpımını hesaplayınız.
- A** ile **B** arasındaki açıyı bulunuz.

Çözüm:

$$a) \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-\hat{i} + 2\hat{j}) = -2 + 6 = 4 \text{ birim}$$

$$b) \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) / |\mathbf{A}| |\mathbf{B}|$$

$$\mathbf{A}' \text{ nin büyüklüğü } |\mathbf{A}| = (2^2 + 3^2)^{1/2} = (13)^{1/2}$$

$$\mathbf{B}' \text{ nin büyüklüğü } |\mathbf{B}| = ((-1)^2 + 2^2)^{1/2} = (5)^{1/2}$$

$$\cos \theta = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) / |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| = 4 / [(13)^{1/2} \cdot (5)^{1/2}] \Rightarrow \theta = \arccos(4/8,06) = 60,2^\circ$$

Skaler çarpım notasyonunu kullanarak daha önce tanımladığımız işi şu şekilde ifade edebiliriz:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = |\mathbf{F}| \cdot |\mathbf{d}| \cdot \cos \theta$$

Burada $\mathbf{F}$ ve $\mathbf{d}$ her ikisinde vektörel niceliktir.

7.3 Değişken Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Bölüm 7.1 de tanımladığımız iş ifadesinde $\mathbf{F}$ kuvvetinin büyüklüğünü sabit kabul etmiştik. $\mathbf{F}$ kuvveti sabit ise bu kuvvetin yaptığı iş

$$W = (F \cos \theta) \cdot d \quad \text{şeklinde tanımlamıştık}$$

Eğer F kuvveti sabit değil ise yani F 'in değeri (büyüklüğü) konum ile değişiyor ise;
Kuvvet her küçük Δx yer değiştirmesinde sabit ise, her Δx aralığında yapılan iş;

$$\Delta W = F_x \cdot \Delta x$$

F_x : F kuvvetinin yerdeğiştirme (Δx) yönündeki bileşeni

Δx : yer değiştirme

Yapılan toplam işi bulmak istersek her Δx aralığında yapılan işleri ($F_x \cdot \Delta x$) toplamamız gerekecektir. Bu toplamı matematiksel olarak ifade edersek:

$$W = \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

Yer değiştirme Δx 'i çok küçük alırsak toplam iş ifadesi yukardaki kesikli toplam ($\sum$) ifadesi sürekli toplam ($\int$) ifadesine dönüşür. Sürekli toplamı gösteren bu ifade matematikte “integral” olarak bilinir.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \quad \text{Değişken bir kuvvetin yaptığı iş}$$

Konuma göre değişen kuvvete verilebilecek güzel bir örnek kütle yay-sistemidir. Bir yayın uyguladığı kuvvet, yayın denge noktasından ne kadar uzaklaştığı (x) ile ve yayı karakterize eden yay sabiti (k) ile orantılıdır.

$$F = -kx$$

k: yay sabiti, boyutu $[k] = [\text{Kuvvet}]/[L]$

x: denge konumundan olan yerdeğiştirme

Buradaki (-) işaret kuvvetin yerdeğiştirme ile ters yönlü olduğunu göstermektedir. Buna göre bir kütle-yay sisteminde yayı denge konumundan d kadar uzaklaştırmakla yay üzerinde yapılacak işi hesaplamaya çalışırsak:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i=0}^{x_f=d} -kx dx = -\frac{1}{2} kx^2 \Big|_{x_i=0}^{x_f=d} = -\frac{1}{2} kd^2 - \left(-\frac{1}{2} k0^2\right) = -\frac{1}{2} kd^2$$

Buradan, yay sabiti k olan bir yayı denge konumundan x kadar uzaklaştırmak için yapılması gereken iş için genel bir ifade elde ederiz:

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

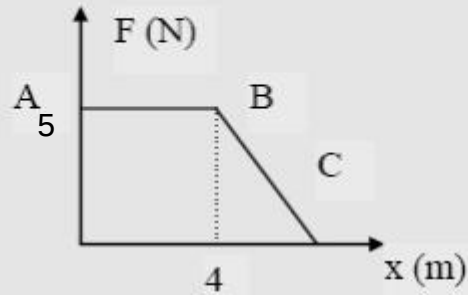
Eğer, bu problemi sabit kuvvet için türettiğimiz iş ifadesini kullanarak yapmış olsaydık elde edeceğimiz iş ifadesi:

$$W = F \cdot x = -kx \cdot x = -kx^2 = -kd^2 \text{ (yanlış!)}$$

olaçaktı ki bu yukarıda bulduğumuz ifadeden ($\frac{1}{2}$) kadar farklı olacaktı.

Örnek 7.4 Bir cismin üzerine etkiyen kuvvet şekilde görüldüğü gibi x ile değişmektedir. Cisim $x=0$ 'dan $x=6\text{m}$ 'ye hareket ettiğinde kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.

Çözüm:



Kuvvetin yaptığı iş, $x=0$ ile $x=6\text{ m}$ arasındaki eğrinin altında kalan toplam alana eşittir ($F_x \cdot x$ ifadesinden). A ve B arasındaki dikdörtgenin alanı ve B ile C arasındaki üçgenin alanının toplamı toplam alana eşittir.

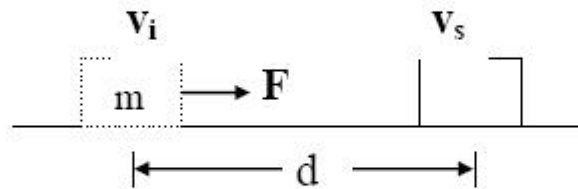
$$\text{A-B arası: } (5\text{N}) \cdot (4\text{m}) = 20\text{ J}$$

$$\text{B-C arası: } (\frac{1}{2})(5\text{N}) \cdot (2\text{m}) = 5\text{J}$$

$$\text{Toplam iş } W = 20\text{J} + 5\text{J} = 25\text{ Joule}$$

7.4 Kinetik Enerji ve İş-Kinetik Enerji Teoremi

Sabit bir F kuvvetinin etkisi altında sağa doğru hareket eden m kütleli bir cismi göz önüne alalım.



Cismin, kuvvet uygulanmadan önceki hızı v_i ve F kuvvetinin d mesafesi boyunca uygulandıktan sonraki hızı da v_s olsun.

Kuvvet sabit olduğu için cisim, d mesafesi boyunca sabit bir $a=F/m$ ivmesi ile hareket edecektir ve hızı v_i den v_s a çıkacaktır.

F kuvvetinin yaptığı d mesafesi boyunca cismin üzerinde yaptığı toplam iş:

$$W=F.d=(ma).d$$

Yer değiştirme $d = \frac{1}{2}(v_i + v_s)t$ (ivme sabit olduğundan ortalama hızı kullanabiliriz)

İvme $a = \frac{v_s - v_i}{t}$ (ivme tanımından)

$$\Sigma W = m\left(\frac{v_s - v_i}{t}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}(v_i + v_s)t\right) = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$\frac{1}{2}mv^2$ niceliği parçacığın hareketi ile ilgili enerjiyi temsil eder. Bu niceliğe **Kinetik Enerji** denir.

Genel olarak bir v hızı ile hareket eden m kütleli bir parçacığın kinetik enerjisi (K):

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ olarak tanımlanır.}$$

Kinetik enerji skaler bir niceliktir ve iş ile aynı boyut ve birime sahiptir.

Yukardaki ifade de cismin F kuvveti uygulanmadan önceki v_i hızından dolayı sahip olduğu kinetik enerjiyi K_i , F kuvvetinden sonra v_s hızından dolayı da sahip olduğu kinetik enerjiyi K_s ile gösterirsek, yukardaki ifadeyi

$$\Sigma W = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Sigma W = K_s - K_i = \Delta K \text{ şeklinde gösterebiliriz.}$$

Burada:

K_s : son kinetik enerji

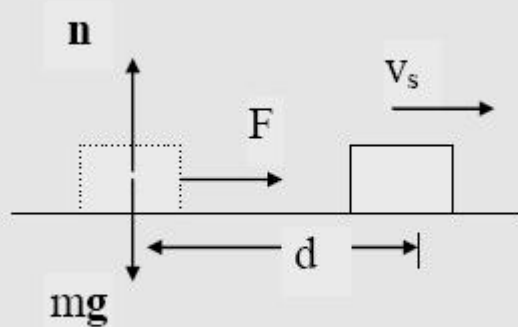
K_i : ilk kinetik enerji

ΣW : yapılan toplam iş

Bu eşitlik “*İş-Kinetik Enerji*” teoremi olarak bilinir. Bu teorem, dışardan uygulanan bir kuvvetin cismin hızını v_i ’den v_s ’a çıkarmakla cismin kinetik enerjisinde ΔK ’lık bir artışa neden olur.

Örnek 7.7 Başlangıçta durgun olan 6 kg’lık bir blok, 12 N’luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay sürtünmesiz bir yüzey boyunca çekilmektedir. Blok 3m’lik bir uzaklığa hareket ettikten sonra hızını bulunuz.

Çözüm:



$$W = F \cdot d = (12\text{N}) \cdot (3\text{m}) = 36 \text{ N}\cdot\text{m} = 36 \text{ J}$$

İlk kinetik enerji sıfır olduğu dikkate alınırsa

$$W = K_s - K_i = 36 \text{ J}$$

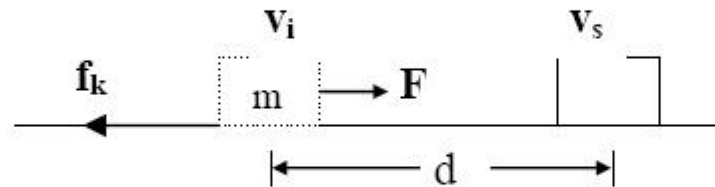
$$K_s - 0 = 36 \text{ J}$$

$$K_s = 36 \text{ J} = (1/2)mv_s^2$$

$$v_s = 3,5 \text{ m/s bulunur...}$$

Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar

Eğer bir yüzey üzerinde hareket eden bir cisme sürtünme kuvveti etki ediyorsa, bu kuvvet cismin kinetik enerjisini azaltacak yönde olur.



Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş:

$$W = -f_k \cdot d$$

f_k : kinetik sürtünme kuvveti

d : yer değiştirme

Sürtünme kuvveti her zaman hızın doğrultusunun tersi yönde olduğu için, cisim üzerine yapılan toplam iş ifadesi

$$\Sigma W - f_k \cdot d = W$$

İş-kinetik enerji formülünde sürtünmeyi de yazarsak

$$\Sigma W = K_s - K_i = \Delta K$$

$$\Sigma W - f_k \cdot d = K_s - K_i = \Delta K$$

7.5 Güç

İş yapma hızına güç denir. Bir cisme bir dış kuvvet uygulanırsa bu kuvvetin Δt süresinde yaptığı iş W ise bu sürede harcanan ortalama güç:

$$P=W/\Delta t$$

olarak tanımlanır.

Ani gücü tanımlarsak ($\Delta t \rightarrow 0$)

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Güç ile kuvvet ilişkisine bakacak olursak

$$\Delta W = F dx$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F \frac{dx}{dt} = F \cdot v$$

SI birim sisteminde güç birimi Joule/saniye (J/s)'dir. Bu birim aynı zamanda Watt (W) olarak da adlandırılır.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

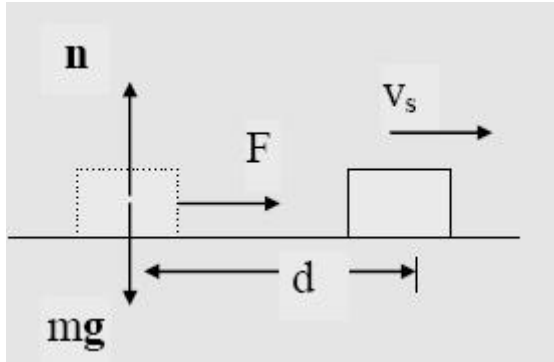
İngilizler güç birimi olarak Beygir Gücünü kullanır (BG)

$$1 \text{ BG} = 746 \text{ W} \text{ a eşdeğerdir.}$$

Güç birimi ile enerjiyi ifade edersek

$$\text{Güç} = \text{enerji/zaman}$$

Örnek 7.8 *Pürüzlü bir yüzey üzerinde çekilen blok:* Örnek 7.7'deki yüzey 0,15'lik bir kinetik sürtünme katsayısına sahip ise bloğun son süratini bulunuz.



Çözüm:

$$W = F \cdot d = (12\text{N}) \cdot (3\text{m}) = 36\text{ J}$$

Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü:

$$f_k = \mu_k \cdot n = \mu_k mg = (0,15) \cdot (6\text{kg}) \cdot (9,8\text{ m/s}^2) = 8,82\text{ N}$$

$$\Delta K = -f_k \cdot d = (-8,82\text{ N}) \cdot (3\text{m}) = -26,5\text{ J}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)mv_i^2 + \sum W - f_k d &= \left(\frac{1}{2}\right)mv_s^2 \\ 0 + 36\text{J} - 26,5\text{J} &= \left(\frac{1}{2}\right)(6\text{kg})v_s^2 \end{aligned}$$

$$v_s = 1,8\text{ m/s} \text{ bulunur..}$$

Sürtünme ve pistonun kütlesini ihmal ederek, Yaylı tertibat 5cm çekilip Bırakıldığında 100 g'lık topun hızını bulunuz. Yay sabiti 1.2 N/m. Topun hareket ettiği yüzey yatayla 10 derecelik açı yapmaktadır (bakınız şekle)



$$K_i + W_s + W_g = K_f$$

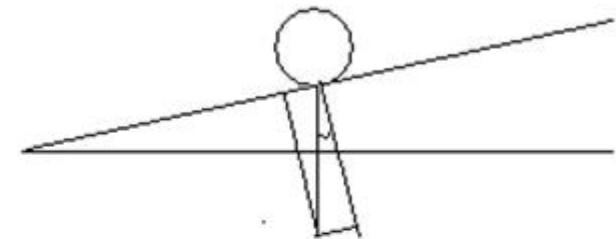
$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 - mg\Delta x \sin \theta = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$0 + \frac{1}{2}kx_i^2 - 0 - mgx_i \sin 10.0^\circ = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\frac{1}{2}(1.20 \text{ N/m})(0.0500 \text{ m})^2 - (0.100 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.0500 \text{ m}) \sin 10.0^\circ = \frac{1}{2}(0.100 \text{ kg})v^2$$

$$0.150 \text{ J} - 8.51 \times 10^{-3} \text{ J} = (0.0500 \text{ kg})v^2$$

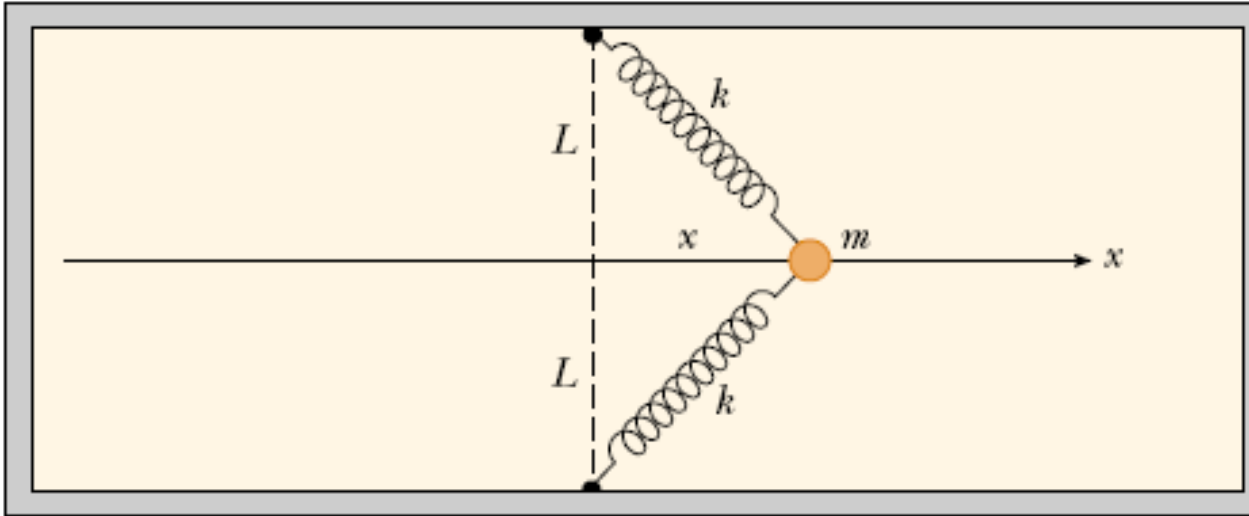
$$v = \sqrt{\frac{0.141}{0.0500}} = \boxed{1.68 \text{ m/s}}$$



Bir parçacık yatay sürtünmesiz bir masa üzerinde iki özdeş L boyunda yay arasında tutturulmuştur. Her iki yay k yay sabitine sahip olup, başlangıçta gerilmemişlerdir.

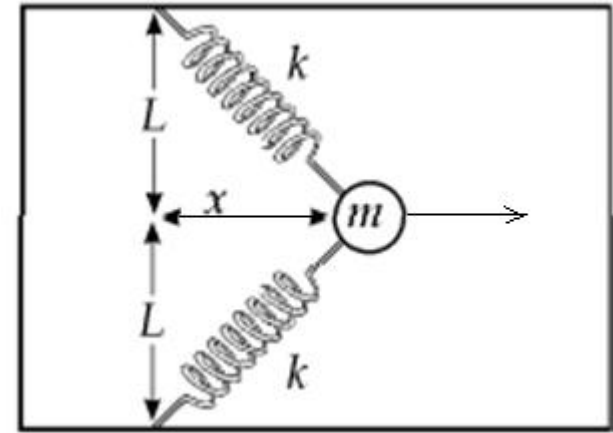
a) Parçacık x eksenini doğrultuda çekildiğinde, yayların parçacığa uyguladığı kuvvetin $\mathbf{F} = -2kx\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right)\hat{\mathbf{i}}$ olacağını gösteriniz.

b) Parçacık $x=A$ dan $x=0$ a hareket ederse kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.



a) Çekildiklerinde her yayın yeni uzunluğu $\sqrt{x^2 + L^2}$ dır
uzama miktarı ise $\sqrt{x^2 + L^2} - L$ olacak, yayların y
bileşeni 0 dır. X bileşeni ise;

$$\mathbf{F} = -2\hat{\mathbf{i}}k\left(\sqrt{x^2 + L^2} - L\right)\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right) = \boxed{-2kx\hat{\mathbf{i}}\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right)}.$$



$$(b) \quad W = \int_i^f F_x dx$$

$\cos \theta$

$$W = -2k \int_A^0 x dx + kL \int_A^0 (x^2 + L^2)^{-1/2} 2x dx$$

$$W = -0 + kA^2 + 2kL^2 - 2kL\sqrt{A^2 + L^2}$$

$$W = \int_A^0 -2kx \left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right) dx$$

$$W = -2k \frac{x^2}{2} \Big|_A^0 + kL \frac{(x^2 + L^2)^{1/2}}{(1/2)} \Big|_A^0$$

$$W = \boxed{2kL^2 + kA^2 - 2kL\sqrt{A^2 + L^2}}$$

8 Potansiyel Enerji

- 8.1 Bir sistemin potansiyel enerjisi
- 8.2 İzole sistem —Mekanik enerjinin korunumu
- 8.3 Korunumlu ve korunumsuz kuvvetler
- 8.4 Korunumsuz kuvvet durumunda mekanik enerjinin değişimi
- 8.5 Korunumlu kuvvetler ve potansiyel enerji arasındaki bağıntı
- 8.6 Dengedeki bir sistemin enerji diyagramı



Arka arkaya çekilen bu resimde sırakla atlayıcının enerjisinde sürekli olarak değişim olmaktadır. Yerçekiminden kaynaklanan potansiyel düşey doğrultuda değişmektedir. Sırığın eğilmesinde ise başka bir potansiyel vardır
(©Harold E. Edgerton/Courtesy of Palm Press, Inc.)

Potansiyel enerji

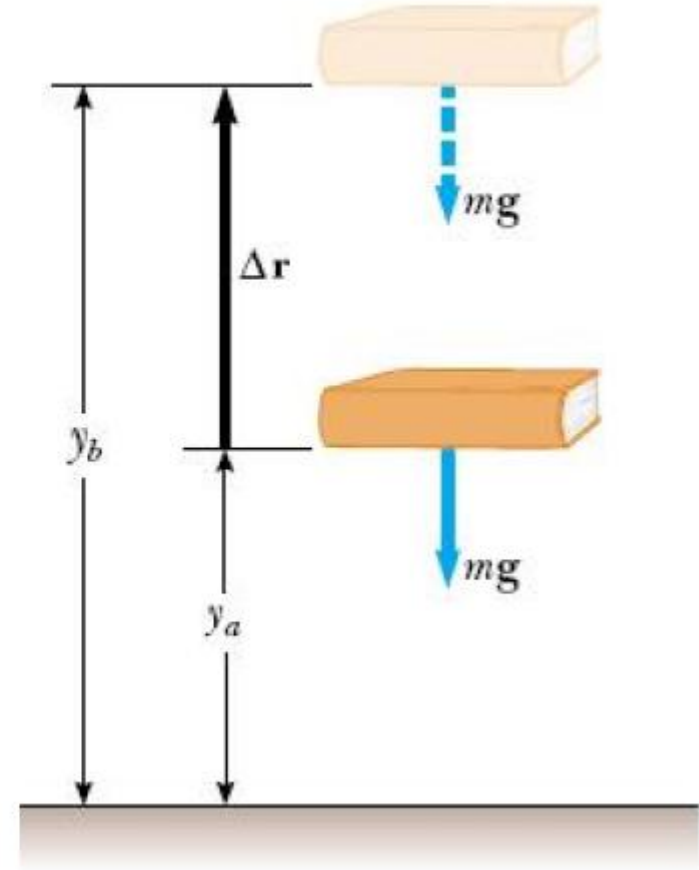
Önceki bölümde bir cismin hareketinden dolayı kinetik enerjiye sahip olabileceğini ve iç enerjisinin ise sıcaklıkla ilgili olduğunu belirtmiştik. Bu bölümde ise bir kuvvetle bir sistemin şeklinin değiştirilmesi sonucu ortaya çıkan *potansiyel enerji* den bahsedilecektir.

Potansiyel enerjiyi ortaya çıkararak buradaki kuvvetler ise korunumlu kuvvetler olacaktır. Bu kuvvetler sisteme kinetik enerji kazandırabilir veya kaybettirebilirler. Fakat sistemin toplam enerjisi her zaman aynıdır. Bu duruma enerji korunumu denir.

Potansiyel enerji evrende değişik şekillerde olabilir: gravitasyonel, elektromagnetik, kimyasal ve nükleer. Bataryadaki kimyasal enerji elektrik enerjisine dönüşerek bir motoru döndürebilir. Enerjinin bir formdan diğerine dönüşümü fiziğin, mühendisliğin, kimyanın, biyolojinin, jeolojinin ve astronominin önemli kısmını oluştururlar.

8.1 Bir sistemin potansiyel enerjisi

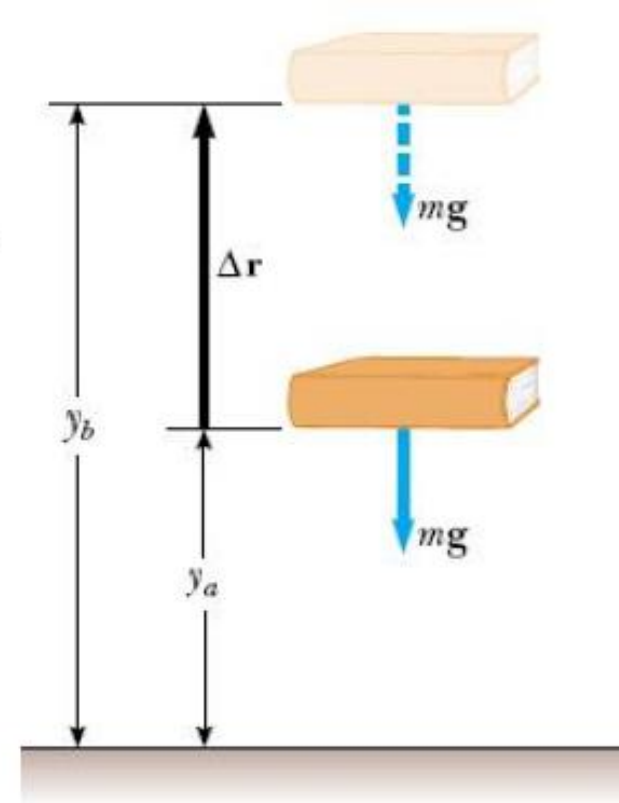
Bu bölümde iki veya daha fazla parçacıktan oluşan veya nesnelerle kuvvetlerin etkileşmesi sonucunda iç durumlarının değişimi incelenecektir. Böyle bir sistemin kinetik enerjisi sistemi oluşturan her bir parçacın kinetik enerjilerinin cebirsel toplamı şeklindedir.



Şekil 8.1 Kitap y_a yüksekliğinden y_b yüksekliğine çıkartılırsa kitap üzerine dış bir kuvvetin ve yerin yaptığı iş $mgy_b - mgy_a$ eşittir.

8.1 Bir sistemin potansiyel enerjisi

Bazı durumlarda nesneleri durağan kabul edip kinetik enerjilerini sıfır şeklinde alınabilir. Örnek olarak top-dünya sistemini dikkate alırsak top yere düşerken sahip olacağı kinetik enerjisi aynı zamanda sisteminde enerjisidir. Çünkü dünyanın kendi etrafındaki yavaş dönmesinden kaynaklanan kinetik enerjisindeki (topa göre) değişim neredeyse sıfırdır. Başka bir örnek olarak iki elektronlu sistemin enerjisi herbir elektronun kinetik enerjilerinin toplamı şeklindedir.



Şekil 8.1 Kitap y_a yüksekliğinden y_b yüksekliğine çıkartılırsa kitap üzerine dış bir kuvvetin ve yerin yaptığı iş $mgy_b - mgy_a$ eşittir.

Potansiyel enerji

Dünya yüzeyinden belirli bir yükseklikte olan bir cismin sahip olacağı gravitasyonel potansiyel enerji için bir denklem geliştirmek isteyelim. m kütleli bir cismin y_a seviyesinden y_b seviyesine çıkartılsın (Şekil 8.1). Cismin sabit bir hızla yavaşca yukarıya doğru ile hareket ettiğini kabul edelim. Sistem (dünya+nesne) üzerine etkiyen kuvvetin cisim yukarıya kaldırılırken bizim uyguladığımız kuvvetin yukarı doğru (F_{uyg}), dünyanın uyguladığı kuvvetin ise aşağı yönde olduğunu görebiliriz. Yukarı yöndeki yerdeğişimi miktarı

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta y \mathbf{j}$$

şeklindedir.

Potansiyel enerji

Potansiyel enerji problemlerini çözerken mutlaka bir referans noktasının seçilmesi gerekmektedir.

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta y \hat{\mathbf{j}}$$

$$W = (\mathbf{F}_{\text{app}}) \cdot \Delta \mathbf{r} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_b - y_a)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_b - mgy_a$$

Gravitasyonel potansiyel enerji aşağıdaki gibidir:

$$U_g \equiv mgy$$

İş ile potansiyel enerji arasındaki değişim :

$$W = \Delta U_g$$

$$W = (\mathbf{F}_{\text{app}}) \cdot \Delta \mathbf{r} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(x_b - x_a)\hat{\mathbf{i}} + (y_b - y_a)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_b - mgy_a$$

Örnek 8.1-Bowling oyuncusu

Bir bowling topu dikkatsiz oyuncunun elinden ayağının üstüne düşmektedir. Kartezyen koordinat sisteminin başlama noktasını yer seviyesinde ve potansiyel enerjinin sıfır olduğu noktayı veya çizgiyi $y = 0$ olarak seçersek top-dünya nın gravitasyonel enerjisindeki değişimi tahmin ediniz. Bu problemi koordinat sisteminin başlangıcını oyuncunun başında aldığınızda top-dünya kütleçekim potansiyeli enerjisindeki değişimi tahmin ediniz.

$$U_i = mgy_i = (7 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.5 \text{ m}) = 34.3 \text{ J}$$

$$U_f = mgy_f = (7 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.03 \text{ m}) = 2.06 \text{ J}$$

$$\Delta U_g = U_i - U_f = 32.24 \text{ J}$$

8.2 İzole sistem —Mekanik enerjinin korunumu

Bir sistem üzerine yapılan iş o sistemin potansiyel enerjisini değiştirir. Bazen Newton yasaları ile çözemediğimiz mekanik problemlerini potansiyel enerji ile çözebiliriz. Bir kitabı yerden yukarı doğru hareket ettirdiğimizde yerçekiminden kaynaklanan potansiyel enerjisindeki değişim aşağıdaki gibidir:

$$W_{\text{kitap üzerine}} = (m\mathbf{g}) \cdot \Delta\mathbf{r} = (-mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_a - y_b)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_b - mgy_a$$

Kitap üzerine yapılan iş aynı zamanda onun kinetik enerjisinde değiştirecektir:

$$W_{\text{kitap üzerine}} = \Delta K_{\text{kitap}}$$

$$\Delta K_{\text{kitap}} = mgy_b - mgy_a$$

Kinetik-potansiyel enerji değişimi

Korunumlu sistemlerde kinetik enerjideki değişimler potansiyel enerjideki değişime (eksi işaretlisine) eşit olur.

$$mgy_b - mgy_a = -(mgy_a - mgy_b) = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$

$$\Delta K = -\Delta U_g$$

Enerji açısından korunumlu bir sistem için

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

yazılabilir.

Toplam mekanik enerji

Kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamına mekanik enerji denir:

$$E_{\text{mekanik}} = K + U_g$$

$$E_{\text{mekanik}} \equiv K + U$$

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0 \quad \leftarrow \text{Enerji korunum ilkesinden (E}_i\text{=E}_f\text{)}$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Bir sistemin mekanik enerjisi zamanla değişmez. Başlangıç anındaki kinetik ve potansiyel enerjileri toplamı bir süre geçtikten sonraki kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamına eşittir.

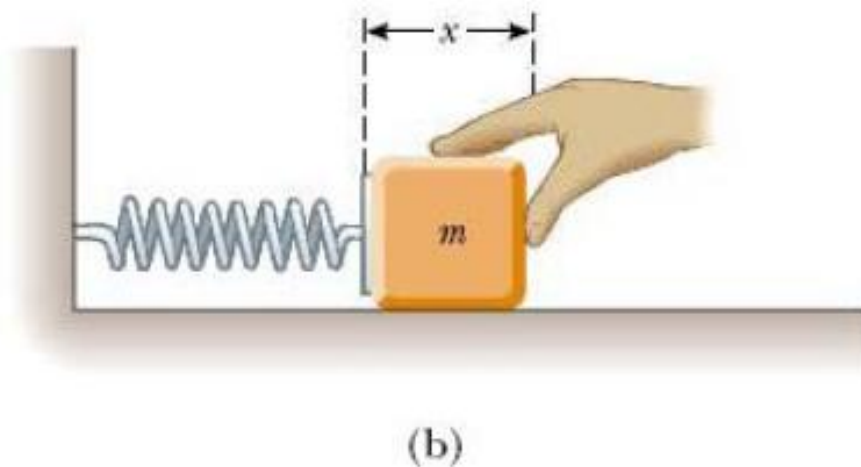
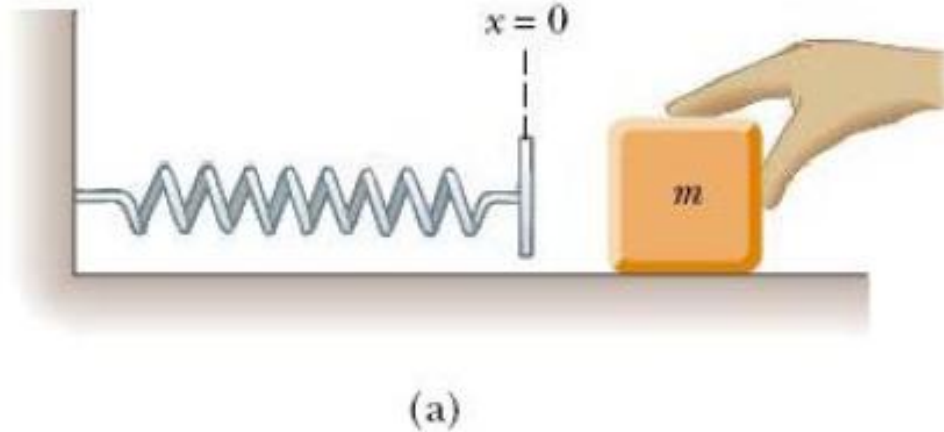
Mekanik enerji korunumu

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

Elastik potansiyel enerji

Bir blok ve yaydan oluşan bir sistemi gözönünde bulundurulim:



$$F_s = -kx.$$

Bir dış kuvvetin yaptığı iş:

$$W_{F_{\text{app}}} = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

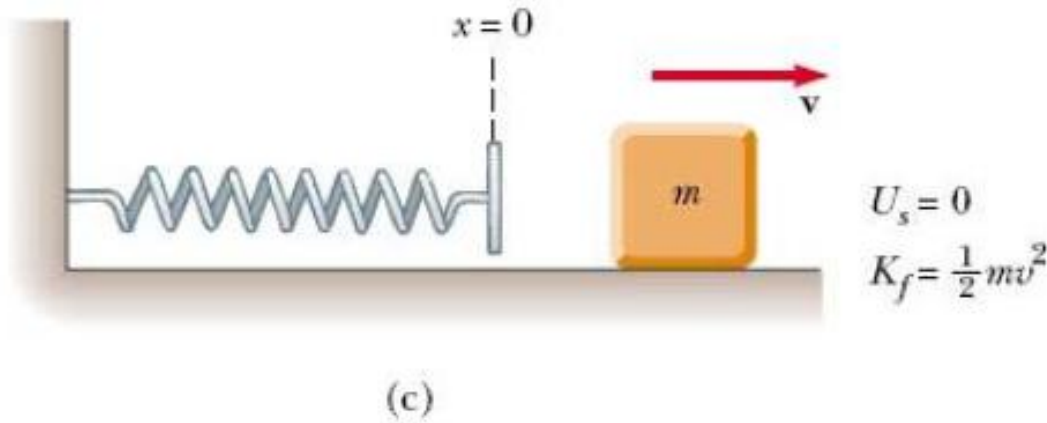
Elastik potansiyel enerji:

$$U_s \equiv \frac{1}{2}kx^2$$

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2$$

$$K_i = 0$$

Elastik potansiyel enerji



- (a) Deforme olmamış bir yay ve sürtünmesiz yüzey.
- (b) m kütleli cisim yayı x kadar sıkıştırarak şekilde itilir.
- (c) Sıkışmış yay serbest bırakılırsa yayda depolanmış potansiyel enerji bloğa kinetik enerji olarak aktarılır.

Elastik potansiyel enerji

Elastik potansiyel enerjinin gözlenebileceği diğer bir sistem aşağıdaki şekilde gibidir:



Problem çözerken

İzole sistemler —Mekanik enerjinin korunumu

- Yaylar veya elastik potansiyel enerjiyi depolayabilen diğer yapılardan oluşan birbiri ile etkileşen iki veya daha fazla parçacıktan oluşan izole sisteminizi tanımlayınız.
- Kuvvet etkiğinde sistemin bütün bileşenlerini dikkate alınız. Sistemin başlangıçtaki ve sondaki konfigürasyonunu tanımlayınız.
- Sıfır potansiyel noktası seçiniz (gravitasyonel veya yaya sistemi için). Sisteme birden fazla kuvvet etkiyorsa her kuvvetin etkisini içeren ifadeyi yazınız.
- Sürtünme veya hava direnci gibi etkiler varsa sistemin mekanik enerjisi korunumsuzdur.
- Sistemin mekanik enerjisi korunuyorsa başlangıç anı için toplam enerjiyi

$$E_i = K_i + U_i$$

Son durumu için toplam enerjiyi ise

$$E_f = K_f + U_f \quad \text{şeklinde yazınız.}$$

Örnek 8.2 Serbest düşen top

m kütleli bir cisim h yüksekliğinden bırakılmaktadır. **(A)** Hava direncini ihmal ederek cismin yerden herhangi bir y yüksekliğinde süratini hesaplayınız. **(B)** Cisim h yüksekliğinden bir v_i ilk sürati ile aşağıya doğru fırlatılırsa yerden y yüksekliğindeki süratini hesaplayınız.

$$a) \quad K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy = 0 + mgh$$

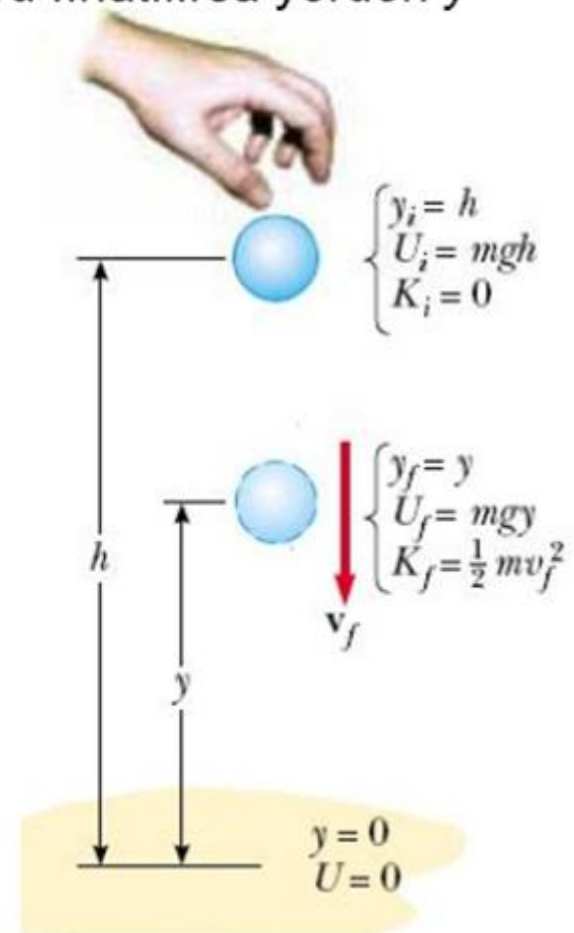
$$v_f^2 = 2g(h - y)$$

$$v_f = \sqrt{2g(h - y)}$$

$$b) \quad \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh$$

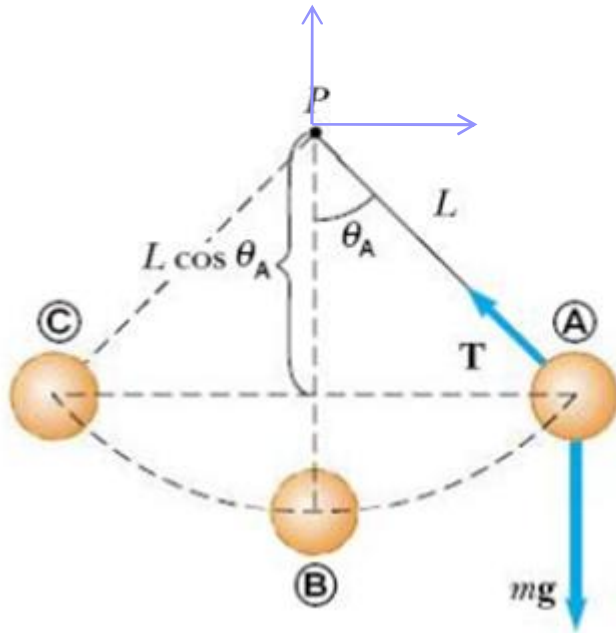
$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(h - y)$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h - y)}$$



Örnek 8.3-Sarkaç

m kütleli küresel bir cisim L uzunluklu bir sarkaçın ucuna bağlanmıştır. Küre cisim ip düşeyle θ_A açısı yaparken A noktasından bırakılırsa ve P noktası sürtünmesiz ise **(A)** Cismin sarkaçın en alt noktası olan B deki süratini hesaplayınız. **(B)** B noktasında ipteki T_B gerilmesini hesaplayınız.



$$(1) \quad K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 - mgL \cos \theta_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgL$$

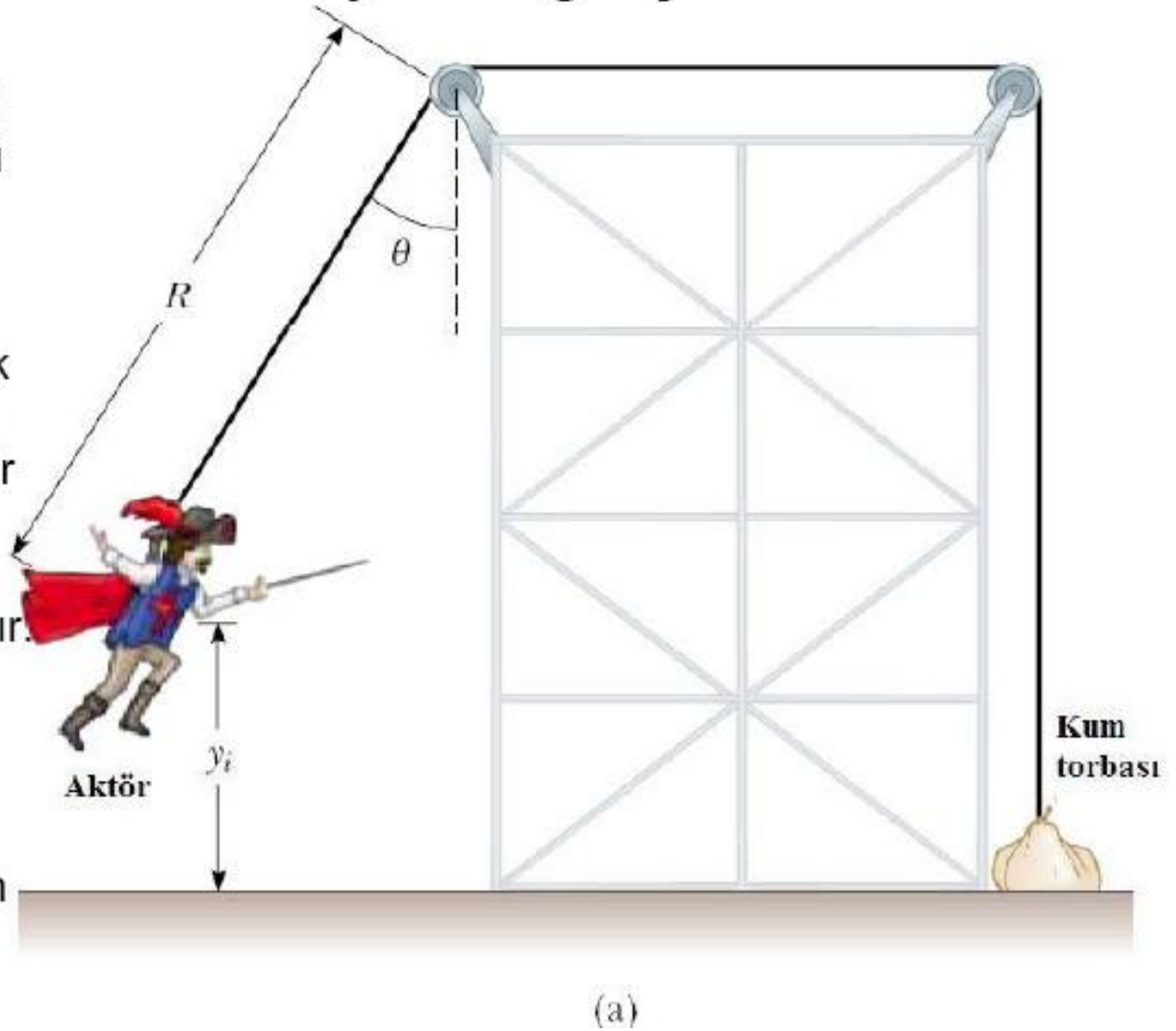
$$v_B = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta_A)}$$

$$(2) \quad \sum F_r = T_B - mg = ma_r = m \frac{v_B^2}{L}$$

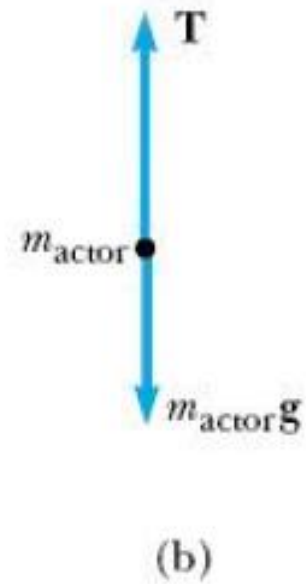
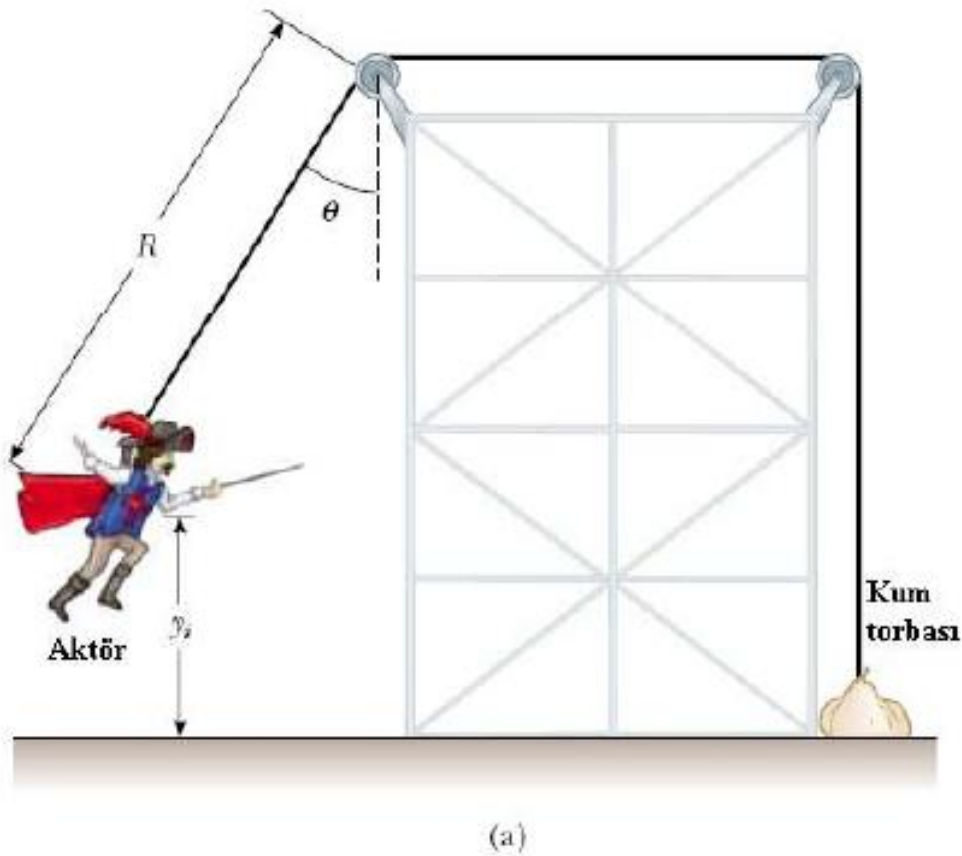
$$(3) \quad T_B = mg + 2mg(1 - \cos \theta_A) = mg(3 - 2 \cos \theta_A)$$

Örnek 8.4-Heybetli giriş

Tiyatroda uçarak bir gösteri yapacak 65 kg lık bir aktörü taşıyabilecek bir sistemi dizayn ediniz. Aktörü taşıyabilecek neredeyse kütlesiz çelik ipler 130 kg lık bir yüke makaralar aracılığı ile bağlanmıştır. 3.0 m lik bir kablo ile zeminden yukarıdaki aktörü hareket ettirmek için kullanılmaktadır. Başarılı bir gösteri için kum torbalarının zeminden yükselmemesi için aktörün bağlı olduğu ipin düşeyle yapması gereken θ açısının maksimum değerini hesaplayınız.



Örnek 8.4



Örnek 8.4

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$(1) \quad \frac{1}{2} m_{\text{actor}} v_f^2 + 0 = 0 + m_{\text{actor}} g y_i$$

$$K_i = 0 \quad U_f = 0$$

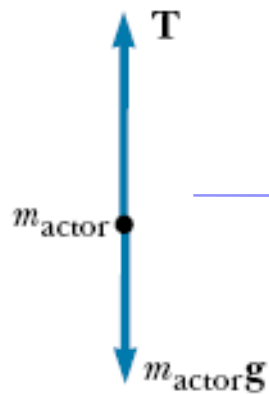
$$y_i = R - R \cos \theta = R(1 - \cos \theta)$$

$$(2) \quad v_f^2 = 2gR(1 - \cos \theta)$$

$$\sum F_y = T - m_{\text{actor}} g = m_{\text{actor}} \frac{v_f^2}{R}$$

$$(3) \quad T = m_{\text{actor}} g + m_{\text{actor}} \frac{v_f^2}{R}$$

$$T = m_{\text{bag}} g,$$



Örnek 8.4

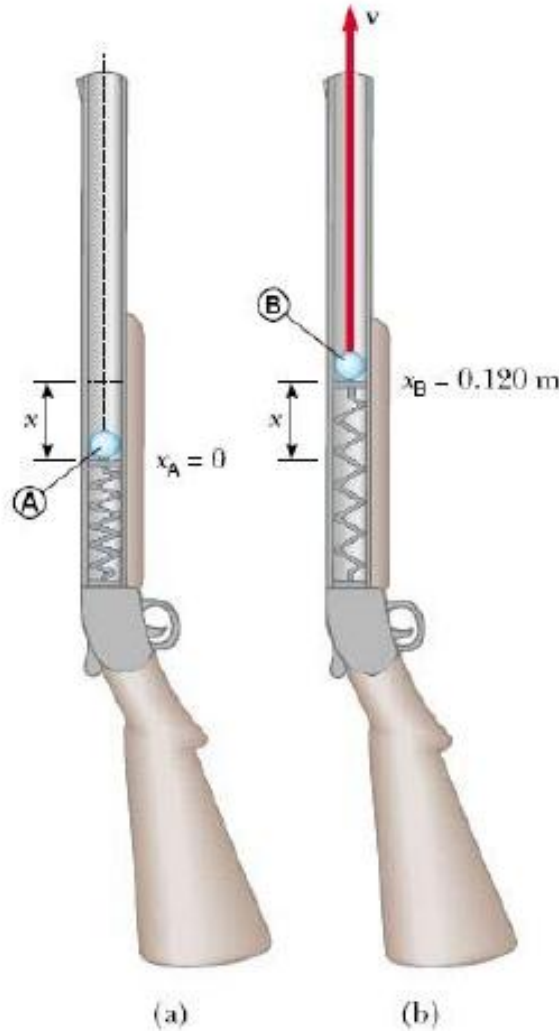
$$m_{\text{bag}}g = m_{\text{actor}}g + m_{\text{actor}} \frac{2gR(1 - \cos \theta)}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{3m_{\text{actor}} - m_{\text{bag}}}{2m_{\text{actor}}} = \frac{3(65 \text{ kg}) - 130 \text{ kg}}{2(65 \text{ kg})} = 0.50$$

$$\theta = 60^\circ$$

© $x_C = 20.0 \text{ m}$

Örnek 8.5-Yaylı tüfek



Bir oyuncak tüfeğin atış mekanizması bir yayın sıkıştırılıp serbest bırakılınca önündeki bilyayı fırlatması şeklinde dizayn edilmiştir. Yay sabiti bilinmemektedir. 0.120 m sıkıştırılmış olan yay 35.0 gram kütleli bir bilyayı 20.0 m yüksekliğe çıkartabilmektedir. **(A)** Bütün direnç kuvvetleri gözardı edilerek yay sabitini hesaplayınız. **(B)** Bilyanın yayın denge konumundan ($x_B = 0.120 \text{ m}$) geçerken sahip olduğu sürati hesaplayınız.

Örnek 8.5

$$E_C = E_A$$

$$K_C + U_{gC} + U_{sC} = K_A + U_{gA} + U_{sA}$$

$$0 + mgh + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$k = \frac{2mgh}{x^2} = \frac{2(0.0350 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(20.0 \text{ m})}{(0.120 \text{ m})^2}$$

$$= 953 \text{ N/m}$$

Örnek 8.5

$$E_B = E_A$$

$$K_B + U_{gB} + U_{sB} = K_A + U_{gA} + U_{sA}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgx_B + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx_B}$$

$$= \sqrt{\frac{(953 \text{ N/m})(0.120 \text{ m})^2}{(0.0350 \text{ kg})} - 2(9.80 \text{ m/s}^2)(0.120 \text{ m})}$$

$$= 19.7 \text{ m/s}$$

8.3 Korunumlu ve korunumsuz kuvvetler

Korunumlu kuvvetler

1. Korunumlu bir kuvvet tarafından bir cisim üzerine yapılan iş cismin hareket ettiği noktalar arasındaki yoldan bağımsızdır.
2. Korunumlu bir kuvvet tarafından bir cisim üzerine kapalı yörünge veya yol boyunca yapılan iş yani başlama ve bitiş noktaları aynı yerler ise sıfırdır.

Yerçekimi

$$W_g = mgy_i - mgy_f$$

Yay sistemi

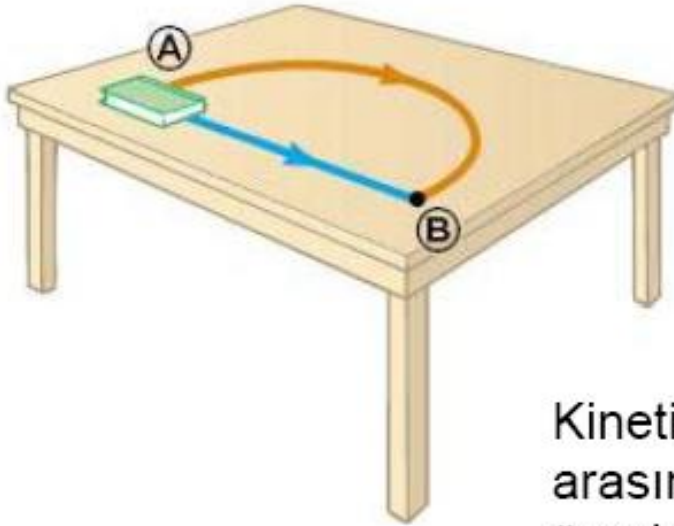
$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

$$W_c = U_i - U_f = -\Delta U$$

c alt indisi conservative

Korunumsuz kuvvetler

1 ve 2 koşullarını sağlamayan kuvvetlere korunumsuz kuvvetler denir. Korunumsuz kuvvetler bir sistemin mekanik enerjisinin değişmesine neden olur.



Kinetik sürtünmeye karşı yapılan iş A ile B arasındaki yola bağlıdır. Sarı renkli yol üzerinden yapılan iş mavi renkli yol üzerinden yapılan işten büyüktür.

8.4 Korunumsuz kuvvet durumunda mekanik enerjinin değişimi

Korunumlu bir sistemde cisimlere etki eden kuvvetlerin yaptığı mekanik iş korunumludur. Sistem içerisindeki kuvvetler korunumsuz kuvvetler ise sistemin mekanik enerjisi değişecektir. Kitabın masa üzerinde hareket ettirildiği durumu dikkate alalım:

$$\Delta K = -f_k d$$

$$\Delta E_{\text{mech}} = \Delta K + \Delta U_g = -f_k d$$

$$\Delta E_{\text{mech}} = \Delta K + \Delta U = -f_k d$$

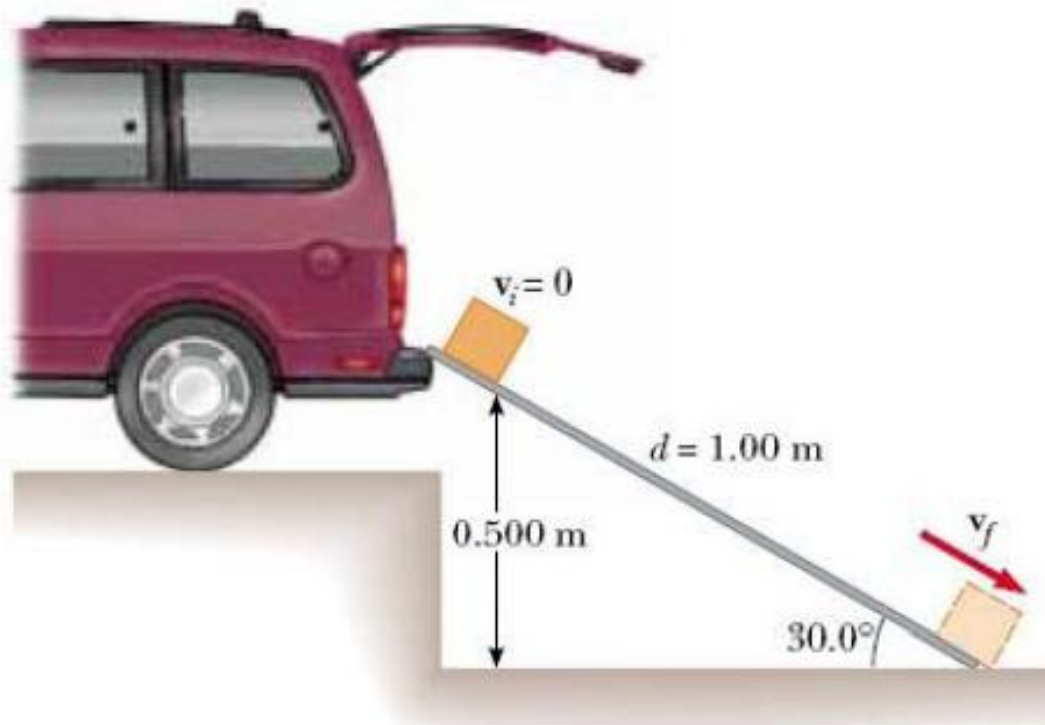
İzole edilmiş sistemlerle ilgili problem çözerken

İzole edilmiş sistemler—Korunumsuz kuvvetler

- Kesim 8.2 de problem çözümleri için yararlanılan maddelerden ilk üçünü dikkate alınız. Sistemde korunumsuz kuvvetler varsa üçüncü madde işinize yarayacaktır.
- Sistemin başlangıç ve son durumları için toplam mekanik enerji ifadelerini yazınız. Başlangıç ve son durumlarındaki toplam mekanik enerjiler arasındaki fark sürtünmeye giden enerji değeri olacaktır.

Örnek 8.6-Eğik düzlem

3.00-kg kütleli bir kutu şekildeki gibi bir rampadan aşağıya doğru kaymaktadır. Rampanın uzunluğu 1.00 m ve yatayla eğimi 30.0° dir. Kutu durgun halden aşağıya doğru kaymaya başlar. Bu kayma esnasında eğik düzlemle rampa arasındaki sürtünme kuvveti sabit 5.00 N dur. Rampanın tam alt kısmında kutunun süratini enerji yöntemiyle bulunuz.



Örnek 8.6-Eğik düzlem

$$v_i = 0,$$

$$\begin{aligned} E_i &= K_i + U_i = 0 + U_i = mgy_i \\ &= (3.00 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.500 \text{ m}) = 14.7 \text{ J} \end{aligned}$$

$$y_f = 0$$

$$E_f = K_f + U_f = \frac{1}{2}mv_f^2 + 0 \quad (1)$$

$$E_i = E_f$$

$$\Delta E_{\text{mech}} = -f_k d, \quad (2)$$

$$f_k = 5.00 \text{ N}$$

$$d = 1.00 \text{ m}$$

$$-f_k d = (-5.00 \text{ N})(1.00 \text{ m}) = -5.00 \text{ J}$$

$$E_f - E_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = -f_k d$$

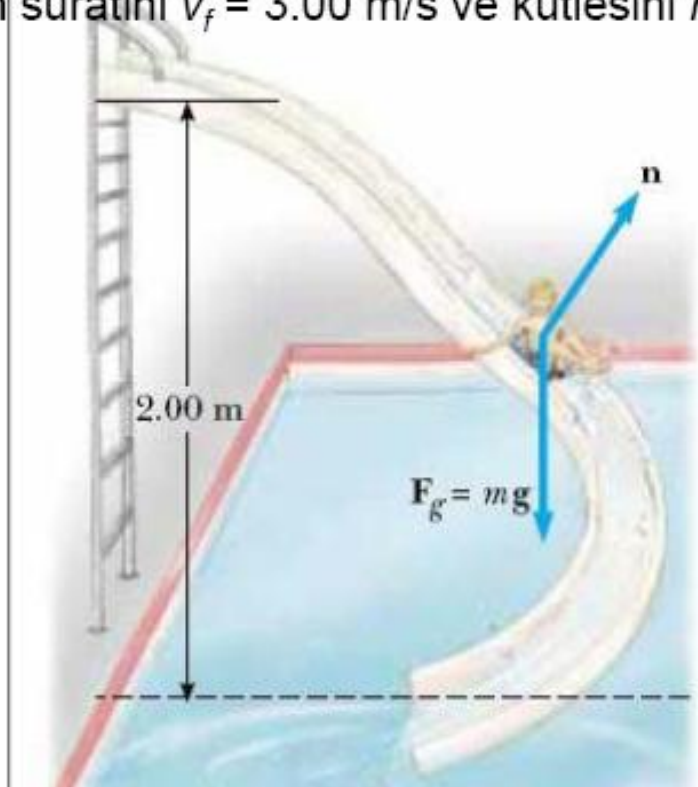
$$\frac{1}{2}mv_f^2 = 14.7 \text{ J} - 5.00 \text{ J} = 9.70 \text{ J}$$

$$v_f^2 = \frac{19.4 \text{ J}}{3.00 \text{ kg}} = 6.47 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 2.54 \text{ m/s}$$

Örnek 8.7-Su kaydırağı

m kütleli bir çocuk $h = 2.00$ m yüksekliğindeki su kaydırağından kaymaktadır. Çocuk durgun halden harekete başlamaktadır. **(A)** Çocuk ile kaydırak arasında sürtünmenin olmadığını kabul ederek çocuğun suya girmeden önceki süratini hesaplayınız. **(B)** Çocuk kaydıraftan inerken kaydırak ile çocuk arasında kinetik sürtünmenin olduğunu kabul ederek sistemin kaybettiği mekanik enerjiyi hesaplayınız. Çocuğun son süratini $v_f = 3.00$ m/s ve kütleini $m = 20.0$ kg olarak alınız.



$$y_i = h, y_f = 0,$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + 0 = 0 + mgh$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

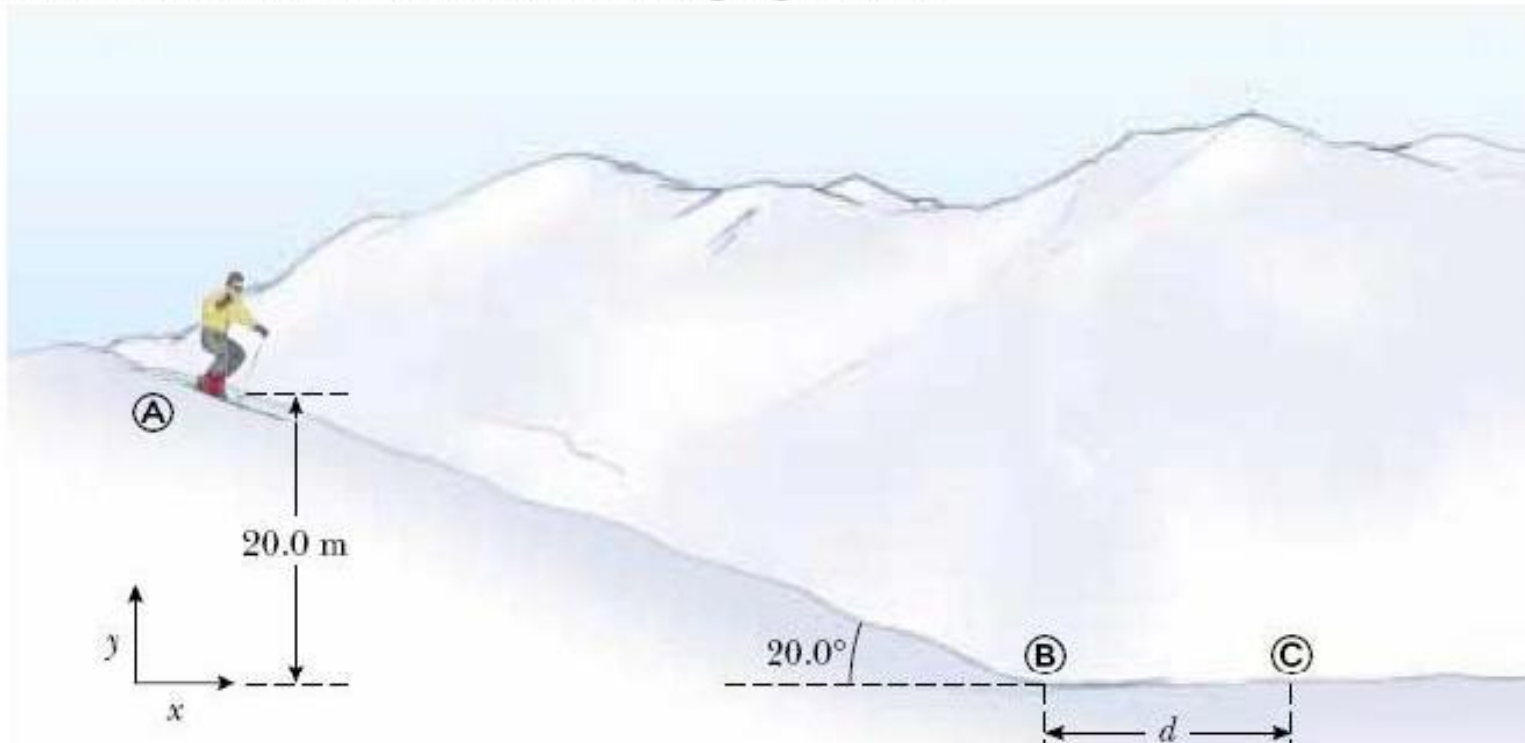
$$h = 2.00 \text{ m}$$

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ m})} = 6.26 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{mech}} &= (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \\ &= \left(\frac{1}{2}mv_f^2 + 0\right) - (0 + mgh) = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh \\ &= \frac{1}{2}(20.0 \text{ kg})(3.00 \text{ m/s})^2 \\ &\quad - (20.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ m}) \\ &= -302 \text{ J}\end{aligned}$$

Örnek 8.8-Kayak

Bir kayakçı yerden yüksekliği 20.0 m olan A noktasından sürtünmesiz kabul edilen tepeden aşağıya doğru kaymaktadır. Kayakçı alt kısımdaki B noktasından itibaren kayakla yer arasına 0.210 luk kinetik sürtünme katsayısına sahip yüzey üzerinde kaymaktadır. Kayakçı tepeden kazandığı enerji ile hiç bir etki yapmadan B noktasından itibaren ne kadar uzaklığa gidebilir?



$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80 \text{ m/s}^2)(20.0 \text{ m})} = 19.8 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_{\text{mech}} = -f_k d,$$

$$K_C = 0$$

$$v_B = 19.8 \text{ m/s}$$

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg,$$

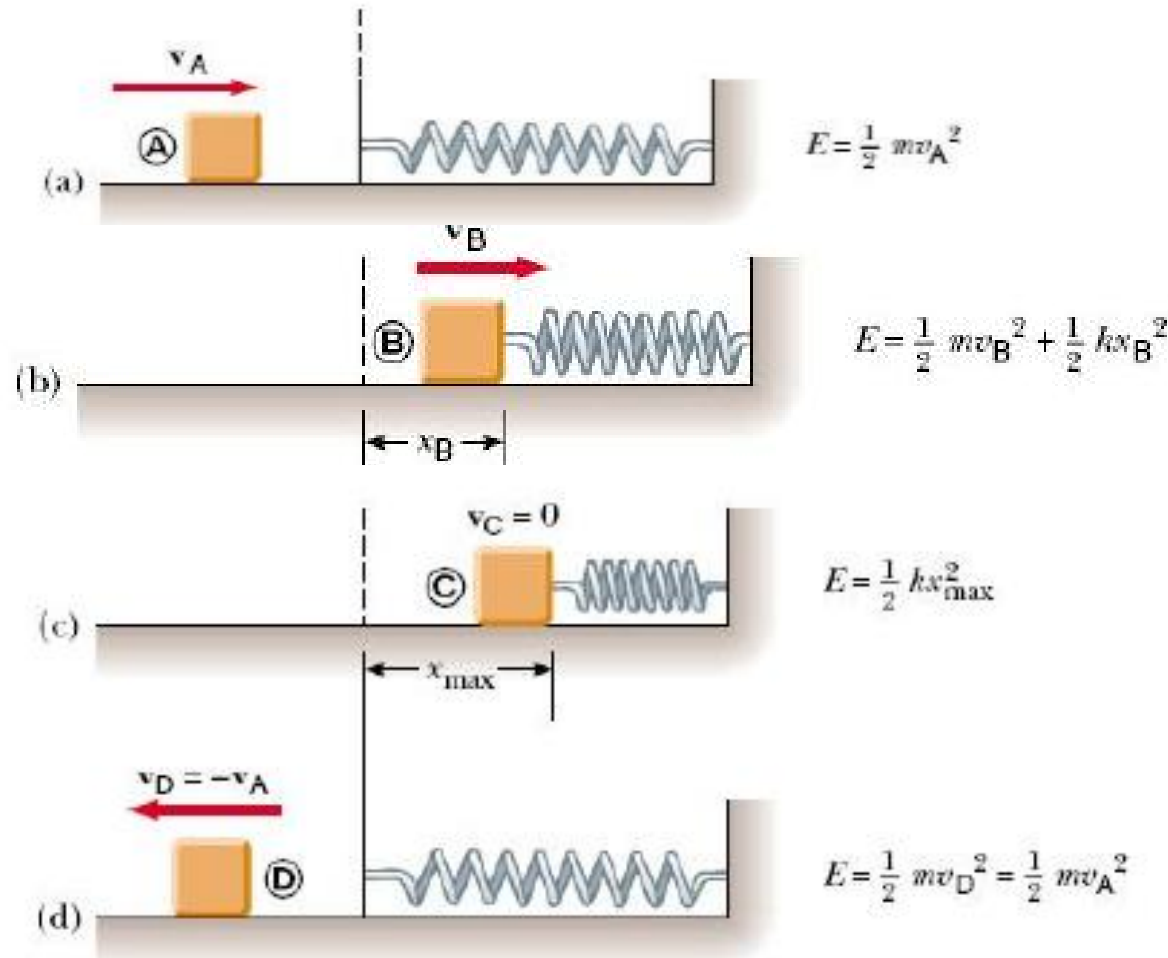
$$\Delta E_{\text{mech}} = E_C - E_B = -\mu_k mgd$$

$$\begin{aligned}(K_C + U_C) - (K_B + U_B) &= (0 + 0) - \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + 0\right) \\ &= -\mu_k mgd\end{aligned}$$

$$d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = \frac{(19.8 \text{ m/s})^2}{2(0.210)(9.80 \text{ m/s}^2)} = 95.2 \text{ m}$$

Örnek 8.9-Blok-yay çarpışması

0.80 kg olan bir blok başlangıç hızı $v_A = 1.2\text{m/s}$ ile sağa doğru hareket etmektedir. Kütlesini ihmal ettiğimiz yay sabiti $k = 50\text{ N/m}$ olan yayı **(A)** Yüzeyi sürtünmesiz kabul ederek yayın maksimum sıkışma miktarını hesaplayınız.



(B) Blok ile yüzey arasında sabit kinetik sürtünme kuvvetinin ve kinetik sürtünme katsayısının da $\mu_k = 0.50$ olduğunu kabul ediniz. Bloğun yaya çarpma anındaki sürati $v_A = 1.2 \text{ m/s}$ ise yayın maksimum sıkılaşabileceği x_C değerini hesaplayınız..

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = 0.50(0.80 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 3.92 \text{ N}$$

$$\Delta E_{\text{mech}} = -f_k x_C = (-3.92 x_C)$$

$$\Delta E_{\text{mech}} = E_f - E_i = (0 + \frac{1}{2} k x_C^2) - (\frac{1}{2} m v_A^2 + 0) = -f_k x_C$$

$$\frac{1}{2} (50) x_C^2 - \frac{1}{2} (0.80) (1.2)^2 = -3.92 x_C$$

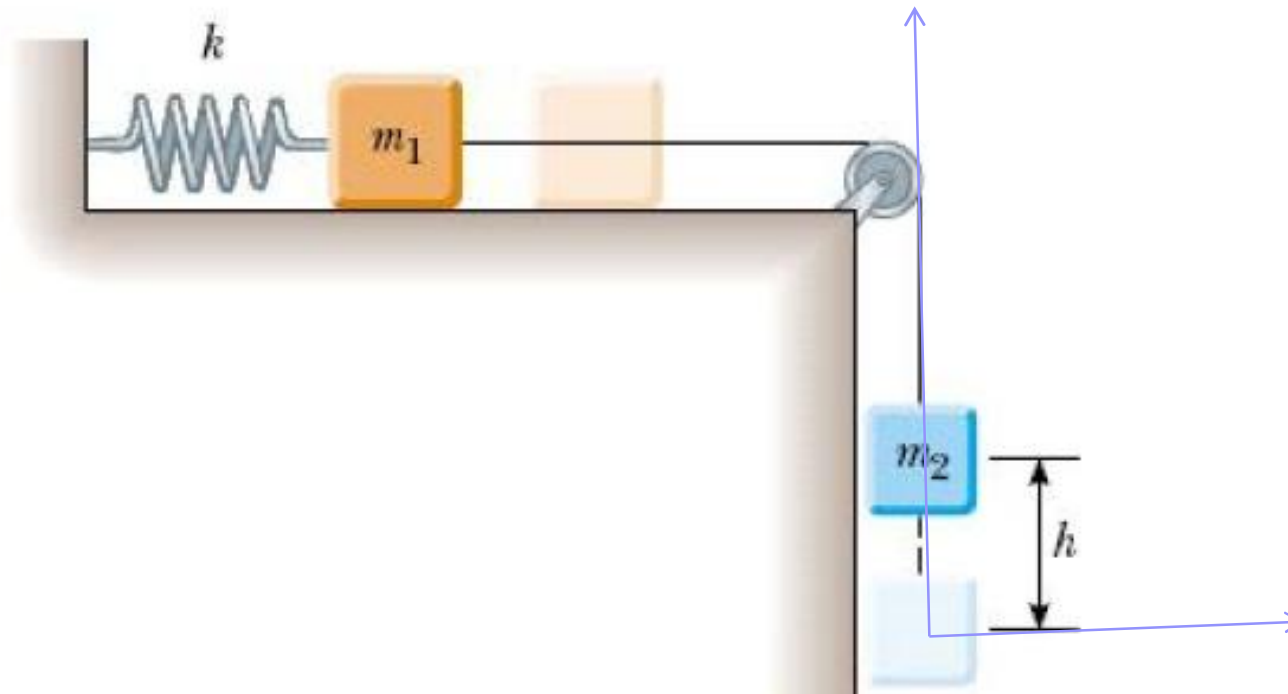
$$25 x_C^2 + 3.92 x_C - 0.576 = 0$$

$$x_C = 0.092 \text{ m} \quad x_C = -0.25 \text{ m.}$$

Fiziksel anlamı olan kök değeri : $x_C = 0.092 \text{ m}$.

Örnek 8.10-Bağlı bloklar

İki blok sürtünmesiz makaradan geçen ipe birbirine ve bu kütlelerden m_1 de k yay sabitli yay ile duvara şekildeki gibi tutturulmuştur. Sistem, yay serbest ve m_2 kütlesi durgun haldeyken bırakılıyor. m_2 kütlesi h kadar irtifa kaybeder m_1 kütlesi ile üzerinde bulunduğu yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısını hesaplayınız.



Başlangıçta ve son durumda kinetik enerjileri sıfırdır:

$$\Delta K = 0$$

$$(1) \quad \Delta E_{\text{mech}} = \Delta U_g + \Delta U_s$$

$$\Delta U_g = U_{gf} - U_{gi}$$

$$\Delta U_s = U_{sf} - U_{si}$$

$$(2) \quad \Delta E_{\text{mech}} = -f_k h = -\mu_k m_1 g h$$

$$(3) \quad \Delta U_g = U_{gf} - U_{gi} = 0 - m_2 g h$$

$$(4) \quad \Delta U_s = U_{sf} - U_{si} = \frac{1}{2} k h^2 - 0$$

$$-\mu_k m_1 g h = -m_2 g h + \frac{1}{2} k h^2$$

$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2} k h}{m_1 g}$$

8.5 Korunumlu kuvvetler ve potansiyel enerji arasındaki bağıntı

Önceki kesimlerde sistemin bir elemanı üzerine korunumlu kuvvet tarafından yapılan iş takip edilen yola bağlı olmadığını belirtmiştik. Yapılan iş sadece ve sadece başlama ve bitiş noktalarının koordinatlarına bağlı idi. Bunu sonucu olarak böyle korunumlu bir kuvvet tarafından elemana kazandırılan U potansiyel enerjisini sistemin potansiyel enerjisindeki azalmaya eşitlemiştik.

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U$$

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

ΔU negatif F_x ile dx zıt yönlerde ise.

$$U_f(x) = -\int_{x_i}^{x_f} F_x dx + U_i$$

$$dU = -F_x dx$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Potansiyel enerjinin türevi

Yani cisim üzerine etki eden korunumlu kuvvetin x bileşeni sistemin enerjisindeki azalmayı ve değişmeyi gösterecek şekilde potansiyel enerjinin türevinin negatif işaretlisi olarak yazılabilir.

$$\text{Yay için } U_s = \frac{1}{2}kx^2,$$

$$F_s = - \frac{dU_s}{dx} = - \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2}kx^2 \right) = -kx$$

$$\text{Yerçekimi için } U_g = mgy,$$

$$F_g = - \frac{dU_g}{dy} = - \frac{d}{dy} (mgy) = -mg$$

8.6 Dengedeki bir sistemin enerji diyagramı

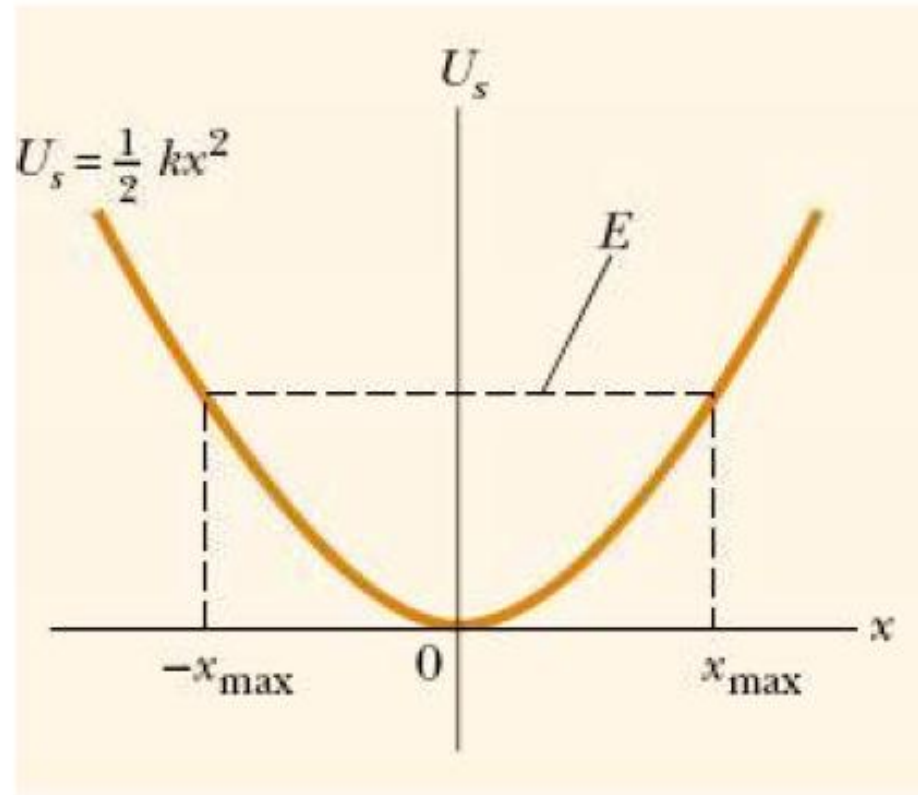
Bir sistemin hareketi potansiyel enerjisinin konuma göre değişiminin grafiği çizilerek izlenebilir.

Yay sisteminin enerjisi $U_s = \frac{1}{2}kx^2$

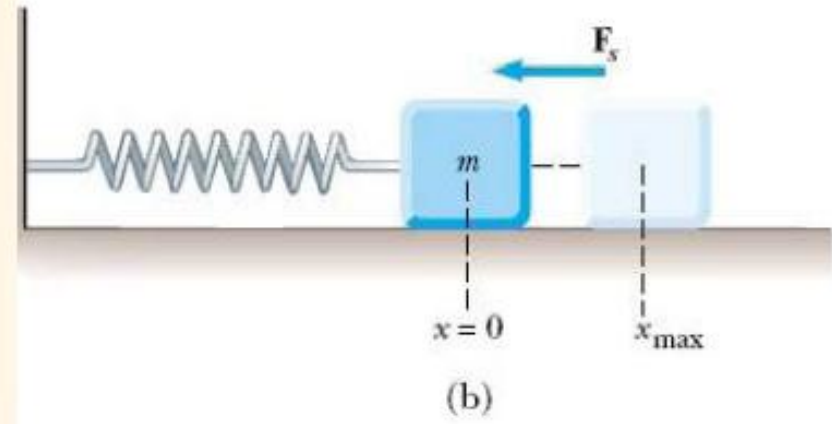
$$F_s = - \frac{dU_s}{dx} = -kx$$

Burada $x=0$ noktasını blok-yay sisteminin denge konumu olarak alalım. Yani sistem bu noktadan biraz saparsa bloğa bir kuvvetin etki ettiği ve enerji kazandığı anlaşılabilecektir. Denge konumu, sistemin potansiyel enerjisi $U(x)$ nun minimum olduğunu göstermektedir.

Enerji grafikleri

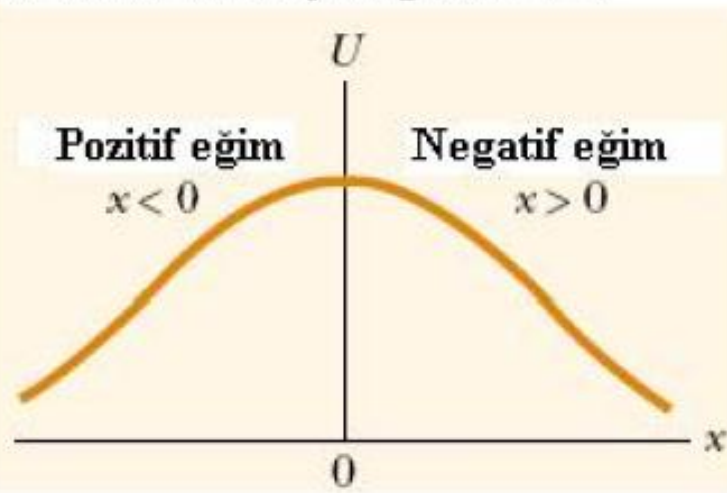


(a)



Kararsız denge

Kararsız denge sistemlerinde bir maksimum enerji değeri vardır.



$x=0$ duran bir cismin U potansiyel enerjisi x e göre çizilmiştir. Cisim $x=0$ dan biraz uzaklaşınca potansiyelindeki değişim şekildeki gibidir.

Bölüm 9: Doğrusal Momentum

Kavrama Soruları

- 1- Bir sistemin momentumu ne zaman korunur?
- 2- Sürtünme her zaman istenmeyen bir etkimidir?
- 3- Uzayda(boşlukta) astronotlar nasıl hareket ederler (yerdeğiştirirler)?

Konu İçeriği

Sunuş

9-1 Doğrusal Momentum ve Momentumun Korunumu

9-2 İmpuls ve Momentum

9-3 Çarpışmalar

9-4 Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

9-6 Kütle Merkezi

Sunuş

Bu bölümde, doğrusal momentum tanımlanarak hangi durumda momentumun korunacağı belirtilecektir. Daha sonra impulse tanımı yapılacak ve bir cismin momentumu ile impuls arasındaki ilişki ifade edilecektir. Çarpışmalar konusu incelenecek ve çarpışmaların bir sınıflandırılması yapıldıktan sonra bir boyutta çarpışmanın detayları verilecektir. Son olarak da bir çok parçacıktan oluşan bir mekanik sistemin kütle merkezinin nasıl bulunacağı anlatılacaktır.

9-1 Doğrusal Momentum ve Momentumun Korunumu

Doğrusal momentum (“*moment*” ile karıştırılmamalıdır!), bir doğru boyunca hareket eden bir cismin hareket miktarının (taşıdığı hareketin) bir ölçüsüdür. Daha sonraki derlerde göreceğimiz gibi eğer cismin hareketi bir eksen etrafında oluyorsa cismin bu eksen etrafındaki hareket miktarını belirlemek için de açısal momentum tanımı yapılır.

Bir parçacığın *doğrusal momentumu*, eğer cismin hızı v ve kütlesi m ise, kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır.



Momentum $p=mv$ şeklinde ifade edilir. Hız, v , vektörel olduğundan, p momentum da vektörel bir nicelik (Bir vektörün skaler ile çarpımı hatırlanırsa, (skaler.**vektör**=**vektör**). Momentum vektörünün yönü hız ile aynı yönlüdür

Momentum niceliğinin boyutu

$$[p]=[ML/T] \text{ dir.}$$

SI birim sisteminde birimi ise $kg.m/s$ dir.

Nasıl ivme cismin hızındaki artışın, enerji de iş yapabilmenin bir ölçüsü ise, momentum da bir cismin sahip olduğu hareket miktarının bir ölçüsüdür.

Momentum kavramını daha iyi anlamak için *aynı* hıza sahip olan bir *kelebek* ile bir *kamyonu* düşünelim. Bu iki cisim aynı hıza sahip olmalarına karşın, karşılarına çıkabilecek herhangi bir cisme verebilecekleri zarar oldukça farklıdır. Bu farkın nedeni, kütlelerinden dolayı taşıdıkları hareket miktarının farklı oluşundandır. Dolayısı ile sağduyusal olarak bunu bildiğimiz için her zaman hızı yavaş da olsa bir kamyonun üzerimize gelmesini istemeyiz ama kelebek için bunu fazlaca önemsemeyiz.

Şimdi, taşınan hareket miktarı ile yani momentum, kuvvet arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulmaya çalışalım. Kuvvet ile momentum ilişkisinin;

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

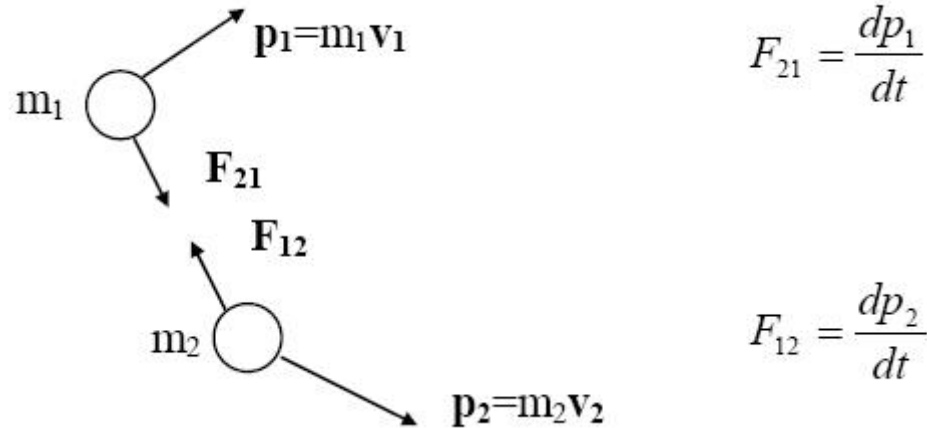
şeklinde olduğunu görürüz.

Bu, “*bir parçacığın doğrusal momentumundaki değişme hızı, parçacığa etkiyen net kuvvete eşit*” olduğunu ifade eder.

Eğer bir parçacık üzerine etkiyen net kuvvet sıfır ise bu parçacığın momentumunun zamana göre türevi (değişimi) de sıfır olur ve dolayısı ile doğrusal momentum sabit kalır, yani korunur.

$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$, eğer $\mathbf{F} = 0$ ise $d\mathbf{p}/dt = 0$, dolayısı ile $\mathbf{p} = \text{sabit}$

İki parçacıklı bir sistem için momentum korunumu:



$\mathbf{F}_{12}$ ve $\mathbf{F}_{21}$ etki-tepki kuvvet çifti olduklarından

$$\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = 0 \Rightarrow \mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

$$\frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} = \frac{d(p_1 + p_2)}{dt} = 0$$

$$p_1 + p_2 = p_{\text{toplam}} = \text{sabit}$$

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1s} + p_{2s}$$

Bu ifadeyi sürtünmeyi içermeyen çarpışma olaylarını incelerken kullanacağız.

Örnek 9.1 *Uçan astronot:* Bir astronotun kütlesi 70 kg, giydiği elbisenin ağırlığı ise 1 kg'dır. Astronot elbisesini 20 m/s'lik bir hızla atarsa astronotun hızı ne olur?

Çözüm:

$$\begin{aligned}
 p_{\text{ilk}} &= p_{\text{son}} \\
 0 &= m_a v_a + m_{\text{elb}} \cdot v_{\text{elb}} \\
 v_a &= -(m_{\text{elb}}/m_a) \cdot v_{\text{elb}} \\
 &= -(1\text{kg}/70\text{kg}) \cdot (20\text{ m/s}) \\
 &= -2/7\text{ m/s}
 \end{aligned}$$

9-2 İmpuls ve Momentum

Kuvvet ile momentum arasındaki ilişkiyi bir kez daha yazacak olursak

$$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt \Rightarrow d\mathbf{p} = \mathbf{F}dt$$

Cismin üzerine uygulanan $\mathbf{F}$ kuvveti, dt zaman aralığında cismin momentumunu $d\mathbf{p}$ kadar değiştirir. Yani t_i anındaki momentum $\mathbf{p}_i$, t_s anındaki momentum $\mathbf{p}_s$ ise momentumdaki değişme

$$p_s - p_i = \Delta p = \int_{t_i}^{t_s} F dt$$

$\int_{t_i}^{t_s} F dt$ niceliğine, $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında parçacığa etkiyen **F** kuvvetinin *impulsu* denir ve **I** harfi ile gösterilir.

$$I = \int_{t_i}^{t_s} F dt = \Delta p \quad \text{İmpulse}$$

Bir parçacığın üzerine etkiyen **F** kuvvetinin impulsu (**I**), bu kuvvetin sebep olduğu parçacığın momentumundaki değişime eşittir.

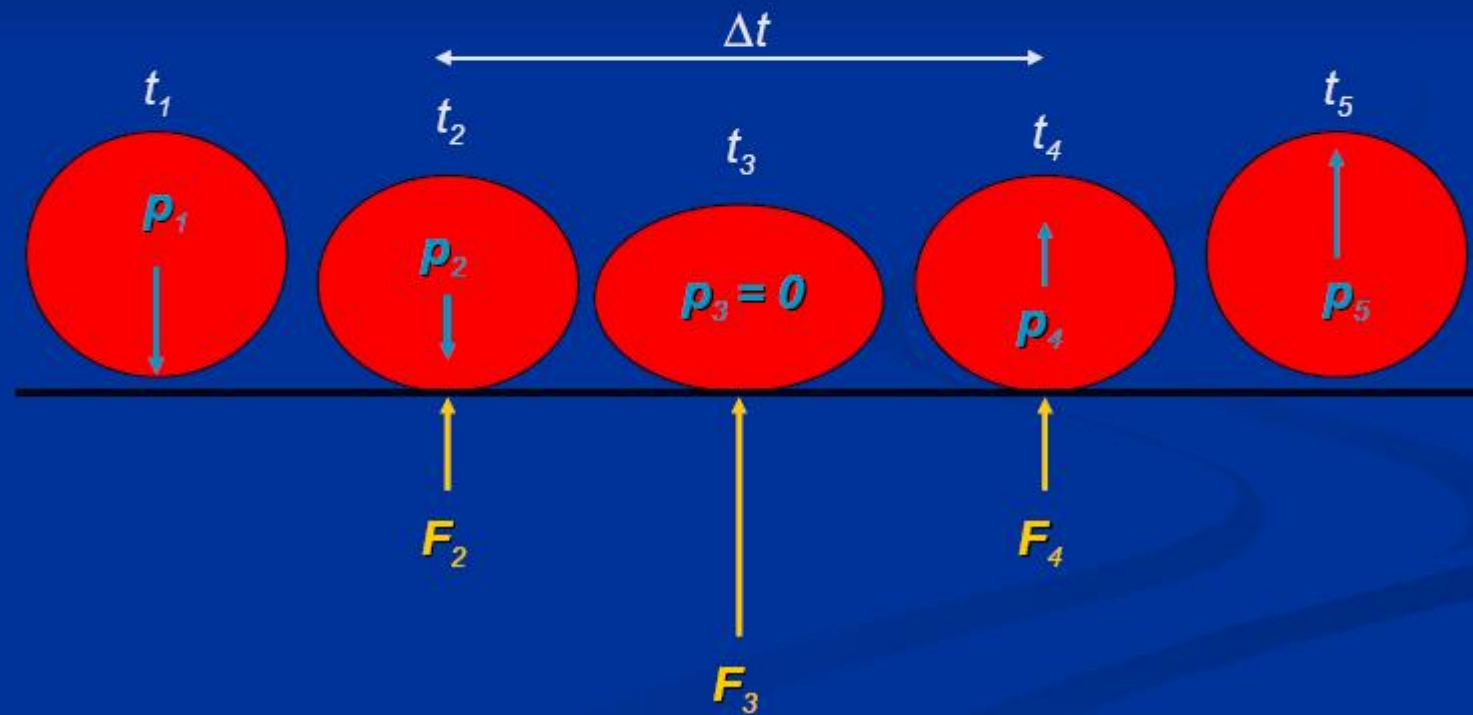
Eğer kuvvet zamanla değişmiyor ise impulse eşitliğini

$$\mathbf{I} = \mathbf{F} \Delta t$$

şeklinde yazabiliriz.

Çarpışma "zaman skalası"

- Kısa çarpışma zamanında kuvvet büyük olabilir.



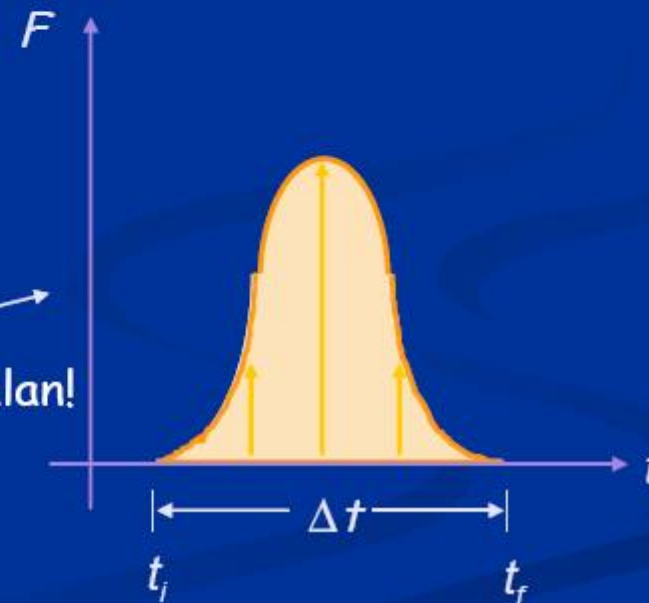
Kuvvet ve İmpuls

- Aşağıdaki diyagram tipik bir çarpışmada kuvvet zaman değişimini göstermektedir. İmpuls, I , kuvvetin zamana göre integrali.

$$I = \int_{t_i}^{t_f} F dt$$

İtme (İmpuls) I = eğrinin altındaki alan!

İmpuls birimi Ns .



Kuvvet ve İmpuls

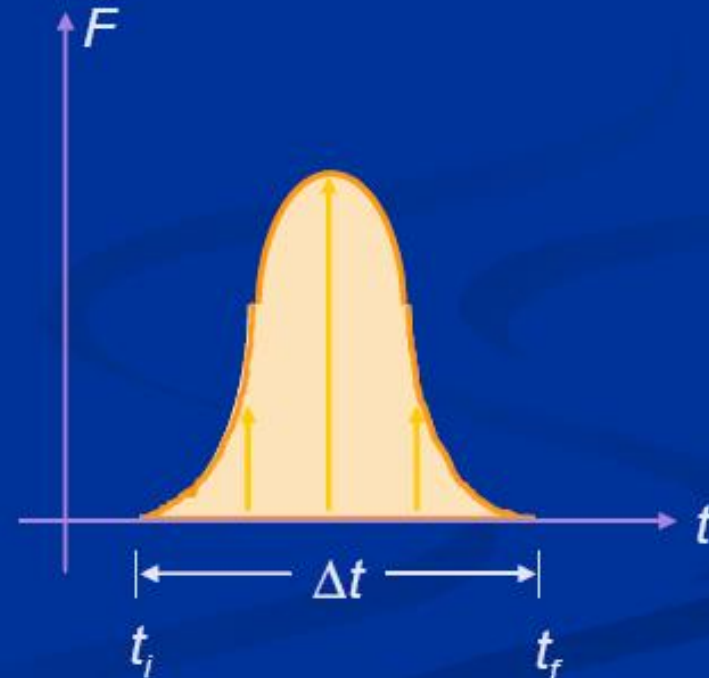
$$F = \frac{dP}{dt} \quad \text{kullanarak}$$

impulsu yazarsak:

$$\begin{aligned} I &= \int_{t_i}^{t_f} F \, dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{dP}{dt} \, dt \\ &= \int_{t_i}^{t_f} dP = P_f - P_i \equiv \Delta P \end{aligned}$$

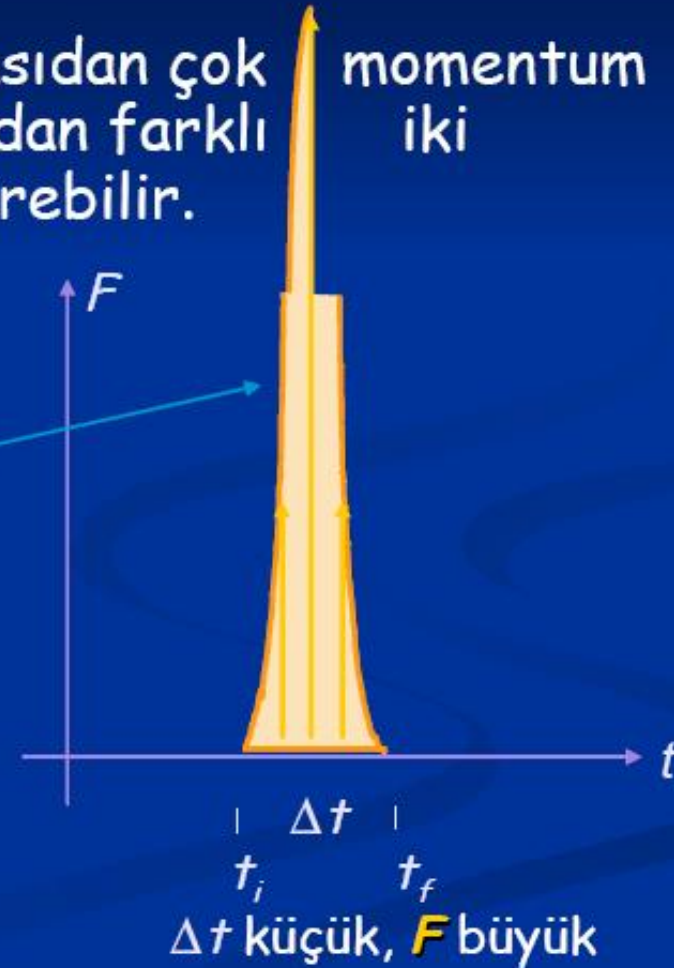
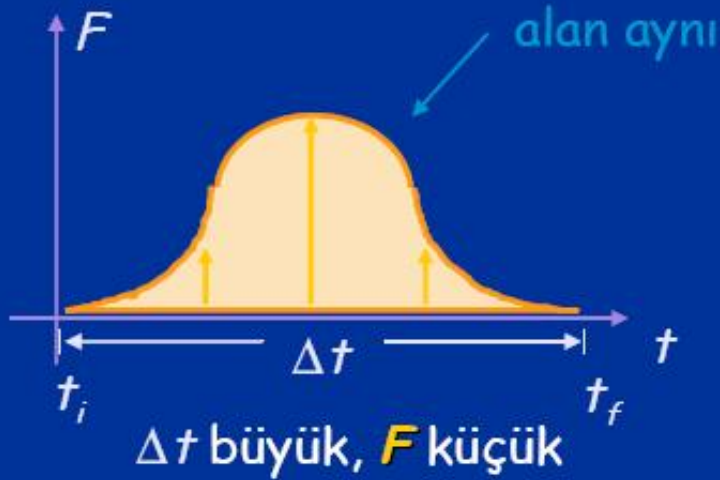
$$I = \Delta P$$

impuls = momentum değişimi!

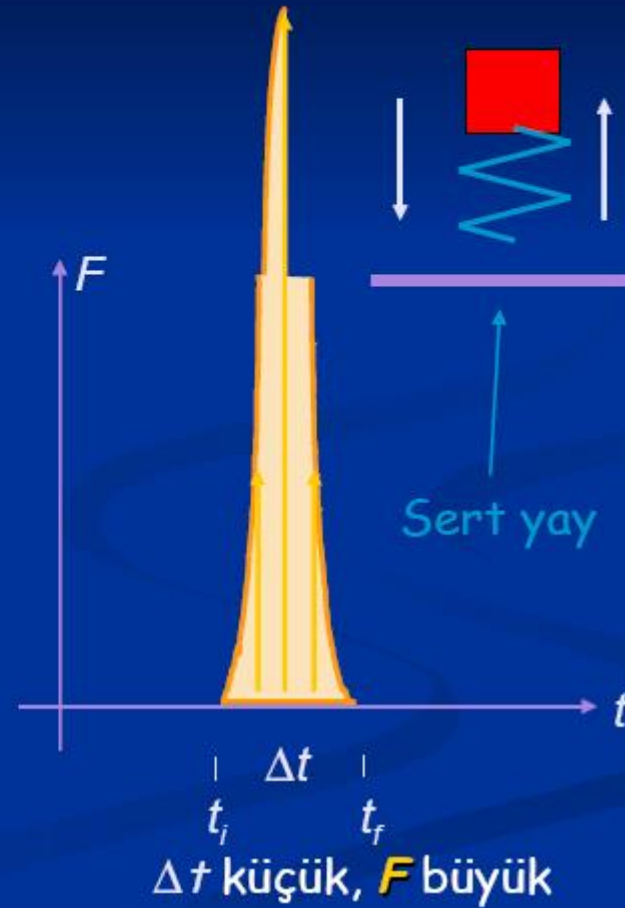
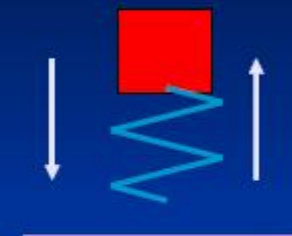
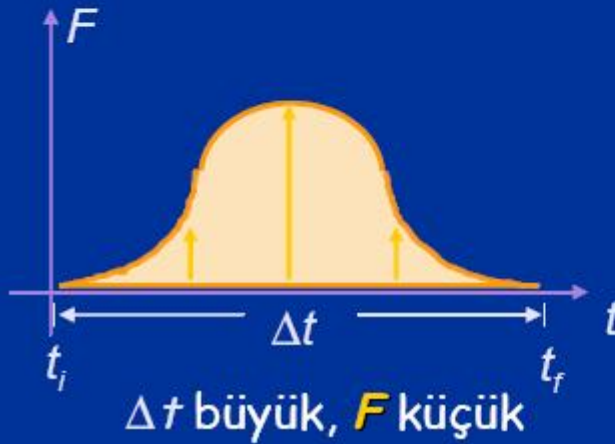


Kuvvet ve İmpuls

- İmpuls çarpışmanın doğasından çok değişimine bağlı olduğundan farklı çarpışma aynı impulsu verebilir.



Kuvvet ve İmpuls



Soru Kuvvet & Impuls

- Biri hafif diğeri ağır 2 kutu başlangıçta sürtünmesiz bir yüzeyde durgun iken aynı büyüklükte sabit bir F kuvveti her iki kutuya 1 saniye uygulanır.
 - Kuvvetten sonra hangi kutunun momentumu daha fazladır?

(a) ağır

(b) hafif

(c) aynı



$$P_1 = P_2$$

Biliyoruz ki $F_{\text{ort}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ yani $\Delta p = F_{\text{ort}} \Delta t$

Burada F ve Δt her iki kutu içinde aynıdır!



Kutuların son momentumları aynıdır.

Örnek 9.1 Okçu

60-kg lık bir okçu sürtünmesiz buz üzerinde iken 0.5-kg lık oku yere paralel bir şekilde ileriye doğru fırlatmaktadır. Okçunun hızını hesaplayınız.

Problem $F=ma$ ifadesinden çözülemez
Bu yüzden çizgisel momentum korunumundan yararlanılır..

Okun Atış Hızı $V_{ok}=50\text{m/s}$



$$m_1 \mathbf{v}_{1f} + m_2 \mathbf{v}_{2f} = 0$$

$$m_1 = 60 \text{ kg},$$

$$m_2 = 0.50 \text{ kg},$$

$$\mathbf{v}_{2f} = 50\hat{\mathbf{i}} \text{ m/s},$$

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{1f} &= -\frac{m_2}{m_1} \mathbf{v}_{2f} \\ &= -\left(\frac{0.50 \text{ kg}}{60 \text{ kg}}\right) (50\hat{\mathbf{i}} \text{ m/s}) \\ &= -0.42\hat{\mathbf{i}} \text{ m/s}\end{aligned}$$

Sonuçtaki eksi değeri okçunun oka göre ters yönde hareket edeceğini göstermektedir.

Örnek. İlk vuruş

50 g lık bir golf topuna golf sopası ile vurulmaktadır. Topa etki eden kuvvet sıfırdan bir maksimum bir değere kadar çıkmakta ve sonra tekrar sıfırlanmaktadır. Kuvvet-zaman eğrisi şekilde verilmektedir. Top 200 m lik bir mesafeye giderse sopanın topa çarpma anındaki topun impulsunu hesaplayınız.

© Harold and Esther Edgerton Foundation 2002,
courtesy of Palm Press, Inc.



Golf topunun impulsu

$$v_i = v_A = 0$$

$$v_f = v_B$$

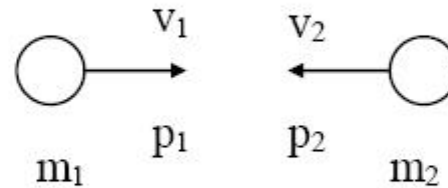
$$\begin{aligned} I = \Delta p &= mv_B - mv_A = (50 \times 10^{-3} \text{ kg})(44 \text{ m/s}) - 0 \\ &= 2.2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Topa etki eden ortalama kuvvet aşağıdaki gibidir:

$$\bar{F} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{2.2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.01 \text{ s}} = 2 \times 10^2 \text{ N}$$

9-3 Çarpışmalar

Kütleleri m_1 ve m_2 , hızları da sırası ile v_1 ve v_2 olan bir sistemi göz önüne alalım ve bu iki kütlenin çarpışması durumunda ilk ve son durumlarının ne olacağına bakalım.



Eğer sisteme etki eden herhangi bir dış kuvvet (örneğin sürtünme) yok ise sistemin momentumu korunur.

$$p_{\text{sistem}} = p_1 + p_2 = \text{sabit}$$

Buradan şu sonucu çıkarabiliriz: *yalıtılmış bir sistemin çarpışmadan hemen önceki toplam momentumu, çarpışmadan hemen sonraki toplam momentuma eşittir.*

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1s} + p_{2s}$$

9-4 Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

Dış kuvvetlerin dikkate alınmadığı bir çarpışmada momentumun korunduğunu biliyoruz. Fakat çarpışmanın türüne bağlı olarak kinetik enerji sabit kalmayabilir.

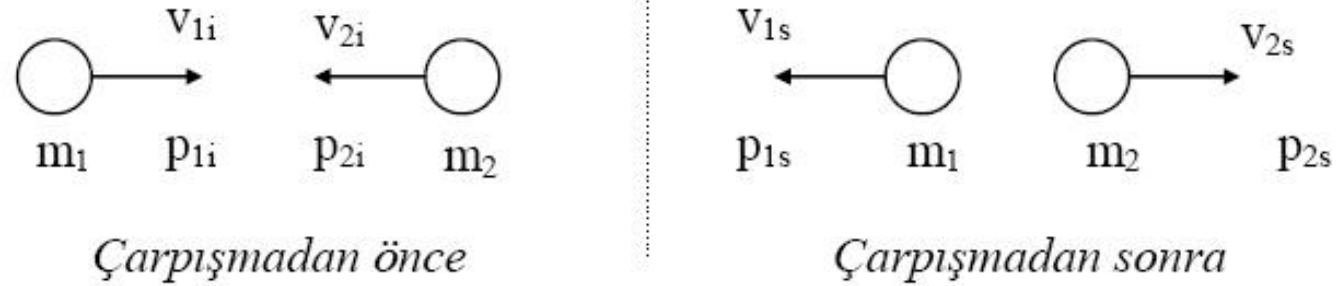
Kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olup olmaması çarpışmanın *esnek* veya *esnek olmadığını* belirlemede kullanılır.

Esnek Çarpışma: Toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışmadır.

Esnek Olmayan Çarpışma: Momentumun korunduğu halde toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olmadığı çarpışmadır.

Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar: Çarpışma sonrasında çarpışan kütlelerin birbirlerine yapışarak ortak bir v hızı ile hareket ettikleri çarpışmadır.



Esnek Çarpışmalar:

Momentum Korunumu: $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s}$

Kinetik Enerji Korunumu: $\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$

Gerçek inelastik çarpışma

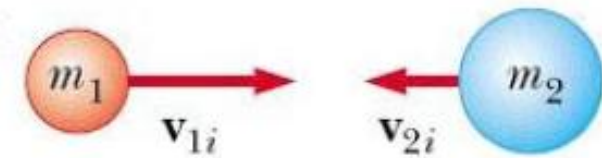
Çarpışmadan sonra birleşik hareket eden bir sistemin momentum korunumu aşağıdaki gibidir:

$$m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \mathbf{v}_f$$

Son hız aşağıdaki gibidir:

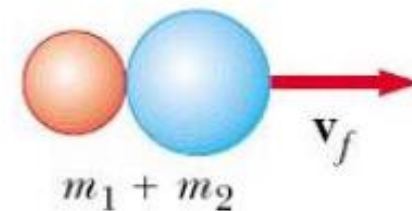
$$\mathbf{v}_f = \frac{m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Çarpışmadan önce



(a)

Çarpışmadan sonra



(b)

Örnek. Araba tamponları ne kadar iyidir?

Bir araba çarpma testinde 1 500 kg lık araba duvara çarpmaktadır (Şekil 9.6). Arabanın ilk ve son hızları $v_i = -15.0\mathbf{i}$ m/s ve $v_f = 2.60\mathbf{i}$ m/s şeklindedir. Çarpma 0.150 saniye kadar sürmektedir. Çarpmanın neden olduğu impulsu ve arabaya etki eden ortalama kuvveti hesaplayınız.



Şekil 9.6 (a) Çarpmayla arabanın momentumunda değişme olmaktadır. (b) Çarpışma testinde arabanın başlangıçtaki kinetik enerjisinin çoğu arabanın zarar görmesine harcanır.



Örnek 9.4 Araba tamponları ne kadar iyidir?

Çözüm:

$$1500 \cdot 15 = 22500$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I} = \Delta \mathbf{p} &= \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = 0 - (-2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}) \\ &= 2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.150 \text{ s}} = 1.50 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} \text{ N}$$

Örnek 9.6 Trafik kazası.

1 800-kg lık bir araba trafik ışığında durmaktadır. Fakat arkasından gelen 900-kg lık 20.0 m/s süratle hareket eden bir araba ışıkta duran bu arabaya arkasından çarpar. İki araba çarpışmadan sonra birlikte düz bir çizgi üzerinde hareket ederler. Arabaların çarpışmadan sonraki birleşik hareketlerinin hızını hesaplayınız.

Çözüm Sorudaki birleşik kelimesi önemlidir. Bu cisimlerin inelastik çarpışma yaptıklarını söylemektedir. Arabaların son süratlerinin 20.0 m/s olduğunu kabul edebiliriz. İzole sistemin çarpışmadan önceki momentumunun çarpışmadan sonraki momentuma eşit olduğunu yazabiliriz. Sistemin çarpışmadan önceki toplam momentumu küçük arabanın momentumuna eşittir. Büyük kütleli araba durgundur.

Örnek 9.6 Trafik kazası.

Çarpışmadan önceki momentum

$$p_i = m_1 v_i = (900 \text{ kg}) (20.0 \text{ m/s}) = 1.80 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

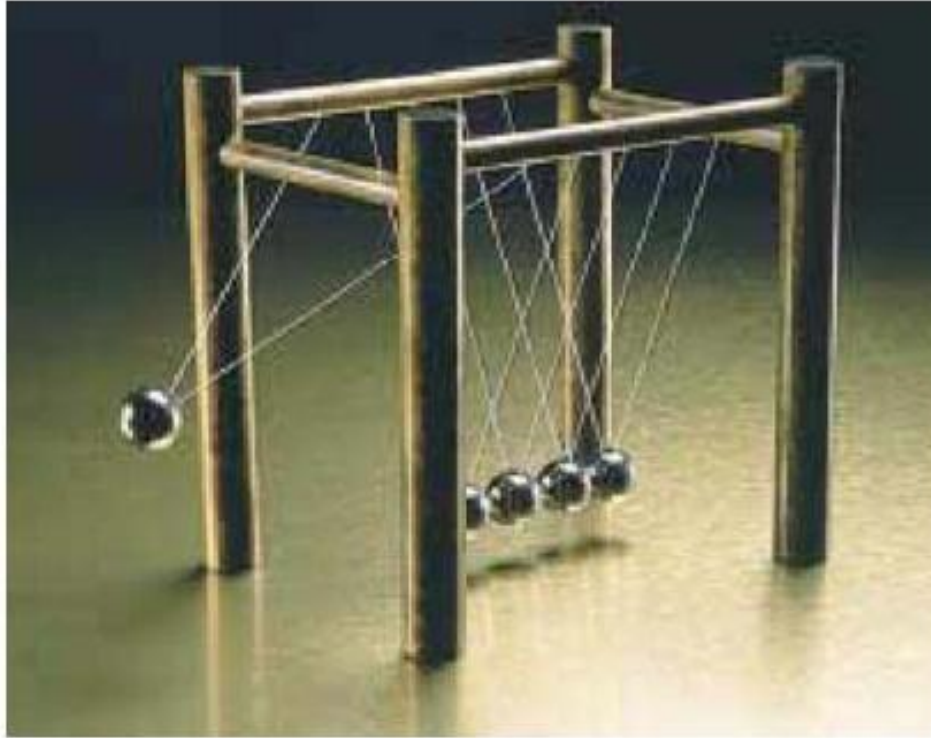
Çarpışmadan sonraki momentum

$$p_f = (m_1 + m_2) v_f = (2\,700 \text{ kg}) v_f$$

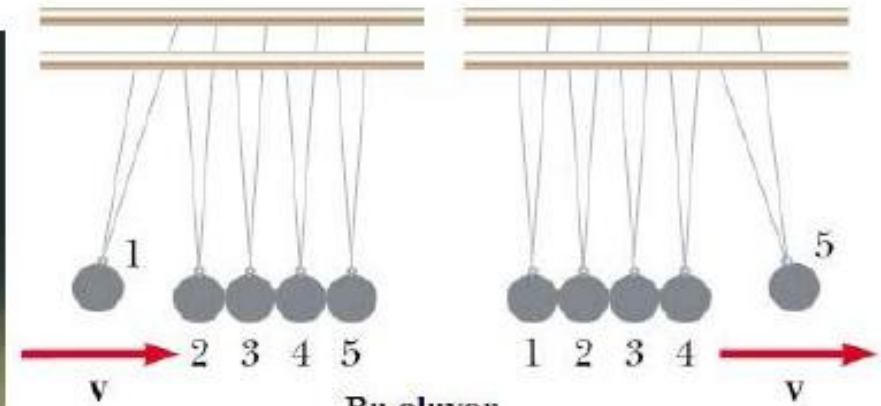
Çarpışmadan önceki ve sonraki momentumlar son hızı bulmak için eşitlenirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$v_f = \frac{p_i}{m_1 + m_2} = \frac{1.80 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{2\,700 \text{ kg}} = 6.67 \text{ m/s}$$

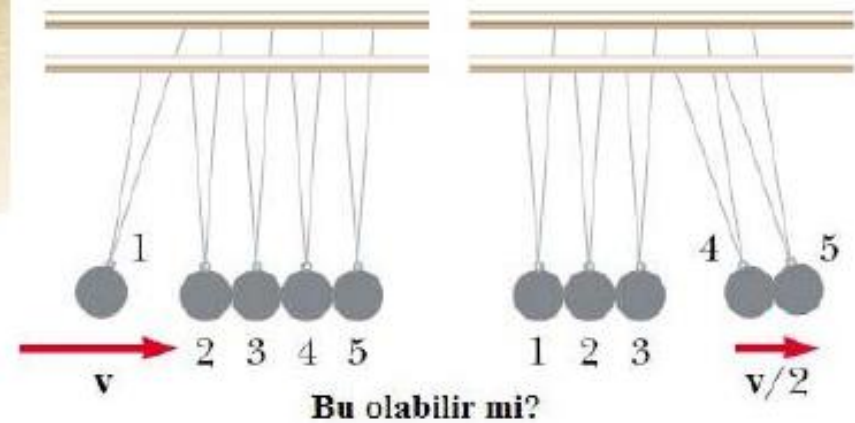
Örnek 9.5 Çarpışan toplar



(a)



(b)



(c)

Örnek 9.5 Çarpışan toplar

Momentum ve kinetik enerjinin korunumuna güzel bir örnek şekilde verilmektedir. Sistem 5 tane aynı kütleye ve sertliğe sahip çelik küreden oluşmaktadır. Çelik küreler aynı uzunlukta top iplerle sistemin üst kısmına bağlanmıştır. 1 nolu top diğerlerinden biraz açılıp serbest bırakılırsa 2 nolu topa neredeyse elastik çarpışma yapar. 2 nolu top 3 nolu topa kendisine 1 nolu toptan aktarılan momentumu aktarır. 3 nolu top 4 e ve 4 nolu topta 5 nolu topa bu momentumu fazla kayıp olmadan aktarır. Böylece 5 nolu top 1 nolu topun açıldığı açı kadar zıt yönde açılır. 1 nolu topun açılıp bırakılması ile 4 ve 5 nolu topların zıt yönde 1 nolu topun süratının yarısı kadar değere ulaşıp ulaşamayacaklarını (Şekil e bakınız) hesaplayınız.

Çarpışan çelik küreler

Çarpışma elastik ise böyle bir olay oluşmaz. Çarpışmadan önceki momentum mv dir. Buradaki m çelik topun kütlesi, v ise 1 nolu topun süratidir. Çarpışmadan sonra herbirinin kütlesi m olan iki topun $v/2$ sürati ile hareket edip etmeyeceklerini tahmin etmeye çalışıyoruz. Çarpışmadan sonra sistemin momentumunun $m(v/2) + m(v/2) = mv$ olmalıdır. Böylece sistemin momentumu korunur. Çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjilerde korunması gerekmektedir:

Sistemin başlangıçtaki enerjisi aşağıdaki gibidir:

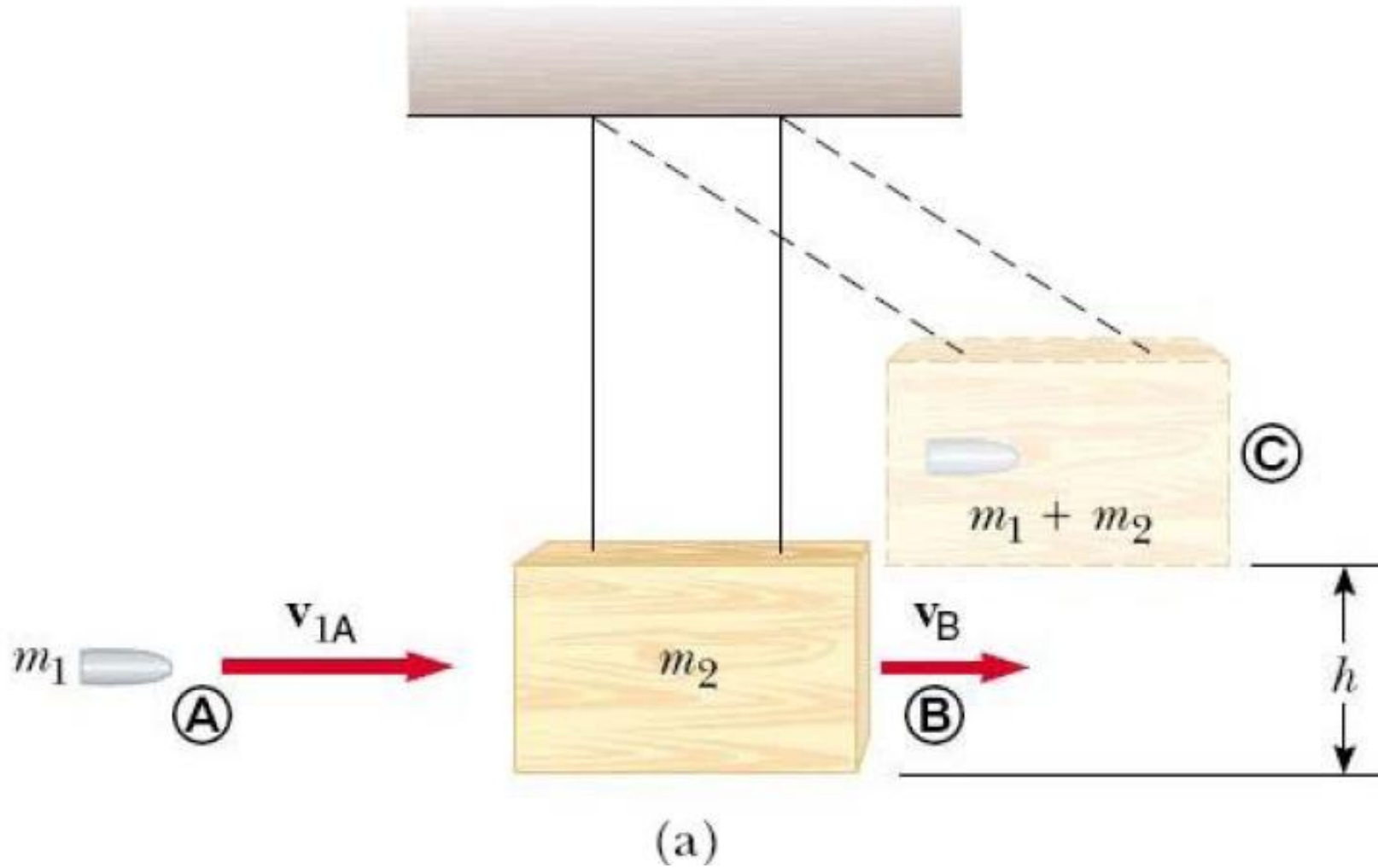
$$K_i = \frac{1}{2}mv^2$$

Sistemin çarpışmadan sonraki enerjisi :

$$K_f = \frac{1}{2}m(v/2)^2 + \frac{1}{2}m(v/2)^2 = \frac{1}{4}mv^2$$

Yukarıdaki ifadelerden görüleceği gibi kinetik enerji korunmamaktadır. Böyle bir olayın yani iki kütlenin birlikte hareketinin gerçekleşmesi zordur.

Örnek 9.7 Balistik sarkaç



Örnek 9.7 Balistik sarkaç

Şekil 9.11 Balistik sarkaç ile hızlı hareket eden cisimlerin örneğin merminin sürati ölçülebilir.

Courtesy of Central Scientific Company



(b)

Örnek 9.7 Balistik sarkaç

$$(1) \quad v_B = \frac{m_1 v_{1A}}{m_1 + m_2}$$

Mekanik enerji ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$K_B + U_B = K_C + U_C$$

$$(2) \quad K_B = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2$$

$$K_B = \frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$U_B = 0 \quad U_C = (m_1 + m_2)gh$$

$$\frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)} + 0 = 0 + (m_1 + m_2)gh$$

$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \sqrt{2gh}$$

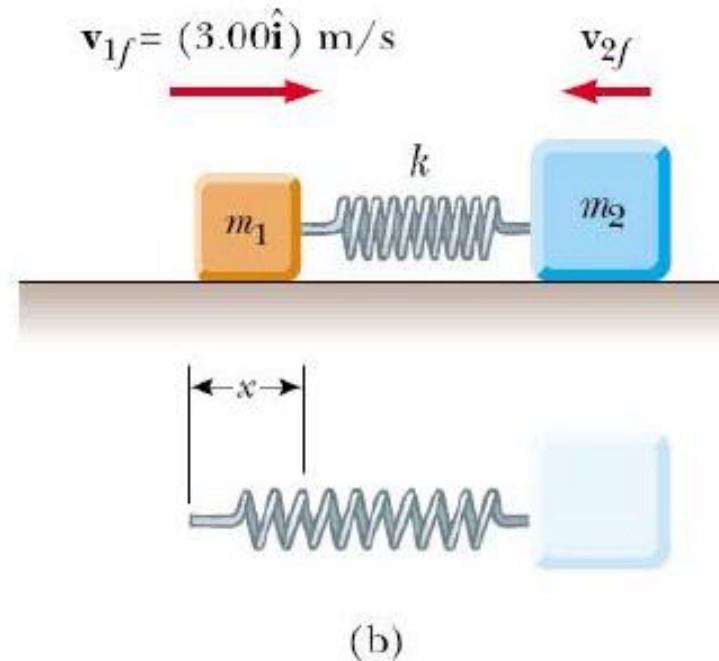
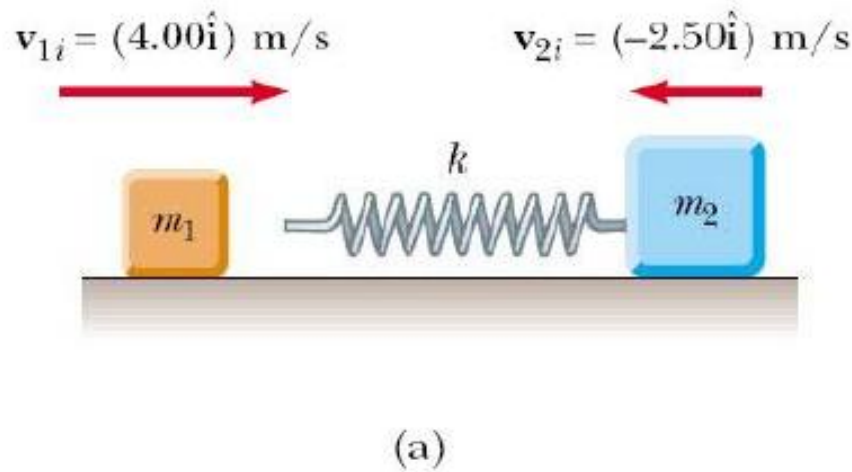
Örnek 9.8 Aralarında yay olan iki kütlenin çarpışması

Kütlesi $m_1 = 1.60$ kg olan ve 4.00 m/s süratle sağa doğru sürtünmesiz düz bir yüzey üzerinde hareket ederek önünde yay olan $m_2 = 2.10$ kg kütleli bir cisim sola doğru hareket etmektedir (Şekil 9.12a). Yay sabiti 600 N/m dir.

(A) Çarpışmadan sonra iki kütlenin hızını hesaplayınız.

(B) Çarpışma anında bir an için 1 nolu blok sağa doğru 3.00 m/s lik hızla hareket ettiğini kabul ederek (Şekil 9.12b) 2 nolu bloğun hızını hesaplayınız.

(C) yayın sıkışma miktarını hesaplayınız.



Örnek 9.8 Aralarında yay olan iki kütlenin çarpışması

(A)

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$\begin{aligned} (1.60 \text{ kg})(4.00 \text{ m/s}) + (2.10 \text{ kg})(-2.50 \text{ m/s}) \\ = (1.60 \text{ kg})v_{1f} + (2.10 \text{ kg})v_{2f} \end{aligned}$$

$$(1) \quad \underline{1.15 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (1.60 \text{ kg})v_{1f} + (2.10 \text{ kg})v_{2f}}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

$$4.00 \text{ m/s} - (-2.50 \text{ m/s}) = -v_{1f} + v_{2f}$$

$$(2) \quad \underline{6.50 \text{ m/s} = -v_{1f} + v_{2f}}$$

Örnek 9.8 Aralarında yay olan iki kütlenin çarpışması

2 nolu denklem 1.60 kg ile çarpılırsa

$$(3) \quad 10.4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = - (1.60 \text{ kg}) v_{1f} + (1.60 \text{ kg}) v_{2f}$$

1 nolu ve 3 nolu denklemler toplanırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$11.55 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (3.70 \text{ kg}) v_{2f}$$

$$v_{2f} = \frac{11.55 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3.70 \text{ kg}} = 3.12 \text{ m/s}$$

1 nolu denklem kullanılırsa,

$$6.50 \text{ m/s} = - v_{1f} + 3.12 \text{ m/s}$$

$$v_{1f} = -3.38 \text{ m/s}$$

Örnek 9.8 Aralarında yay olan iki kütlenin çarpışması

(B)

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$(1.60 \text{ kg})(4.00 \text{ m/s}) + (2.10 \text{ kg})(-2.50 \text{ m/s})$$

$$= (1.60 \text{ kg})(3.00 \text{ m/s}) + (2.10 \text{ kg}) v_{2f}$$

$$v_{2f} = -1.74 \text{ m/s}$$

Sonuçtaki eksi işareti 2 nolu cismin sola doğru hareket ettiğini göstermektedir.

Örnek 9.8 Aralarında yay olan iki kütlenin çarpışması

(c)

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$x = 0.173 \text{ m}$$

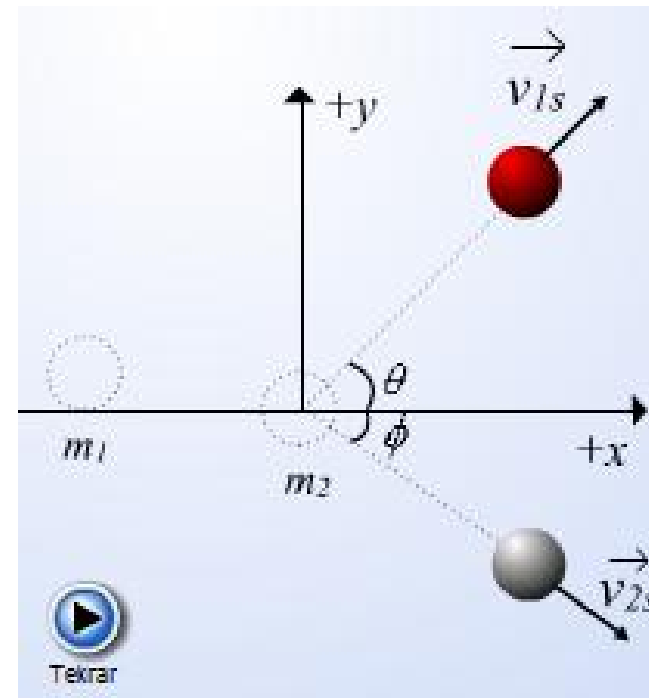
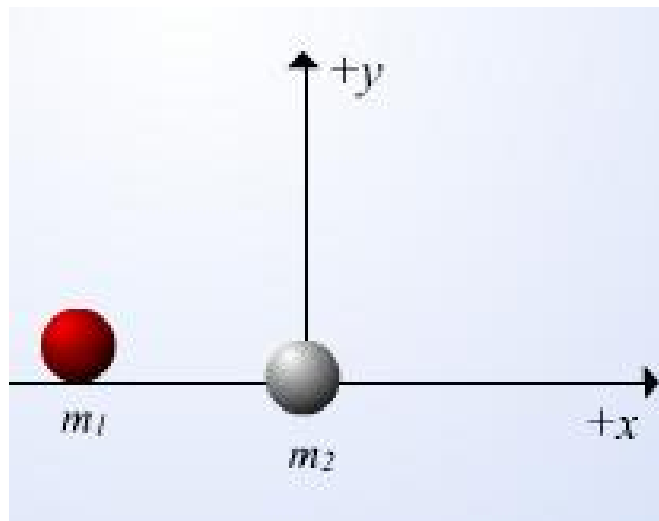
İki Boyutta Çarpışmalar



Çarpışan iki parçacığın çarpışmadan önceki veya sonraki hızları aynı doğrultuda olmadığı zaman, çarpışma iki boyutta veya düzlemde gerçekleşir. Şimdi

- İki Boyutta Esnek Çarpışma
- İki Boyutta Tam Olarak Esnek Olmayan Çarpışmalar

ile ilgileneceğiz.



İki Boyutta Esnek Çarpışma

Animasyonda görüldüğü gibi, orijinde durmakta olan m_2 kütleli bir cisme x boyunca $\vec{v}_{1i}$ hızıyla gelen m_1 kütleli bir cisim, yan tarafından çarpıyor ve m_1 kütleli cisim θ doğrultusunda m_2 kütleli cisim ϕ doğrultusunda yoluna devam ediyor.

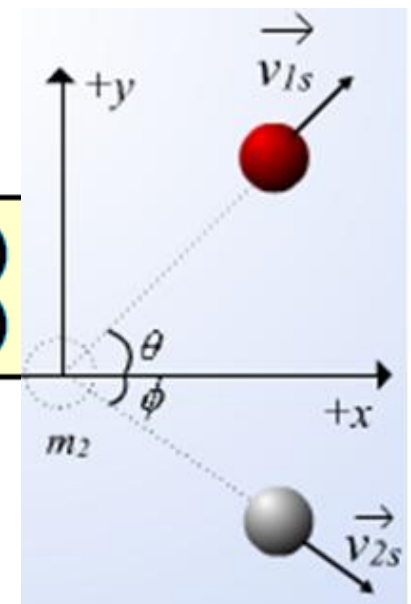
Sistemde çizgisel momentum korunur:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_s \Rightarrow \begin{cases} P_{ix} = P_{sx} \Rightarrow m_1 v_{1i} = m_1 v_{1s} \cos \theta + m_2 v_{2s} \cos \phi & \text{(8.16)} \\ P_{iy} = P_{sy} \Rightarrow 0 = m_1 v_{1i} \sin \theta - m_2 v_{2s} \sin \phi & \text{(8.17)} \end{cases}$$

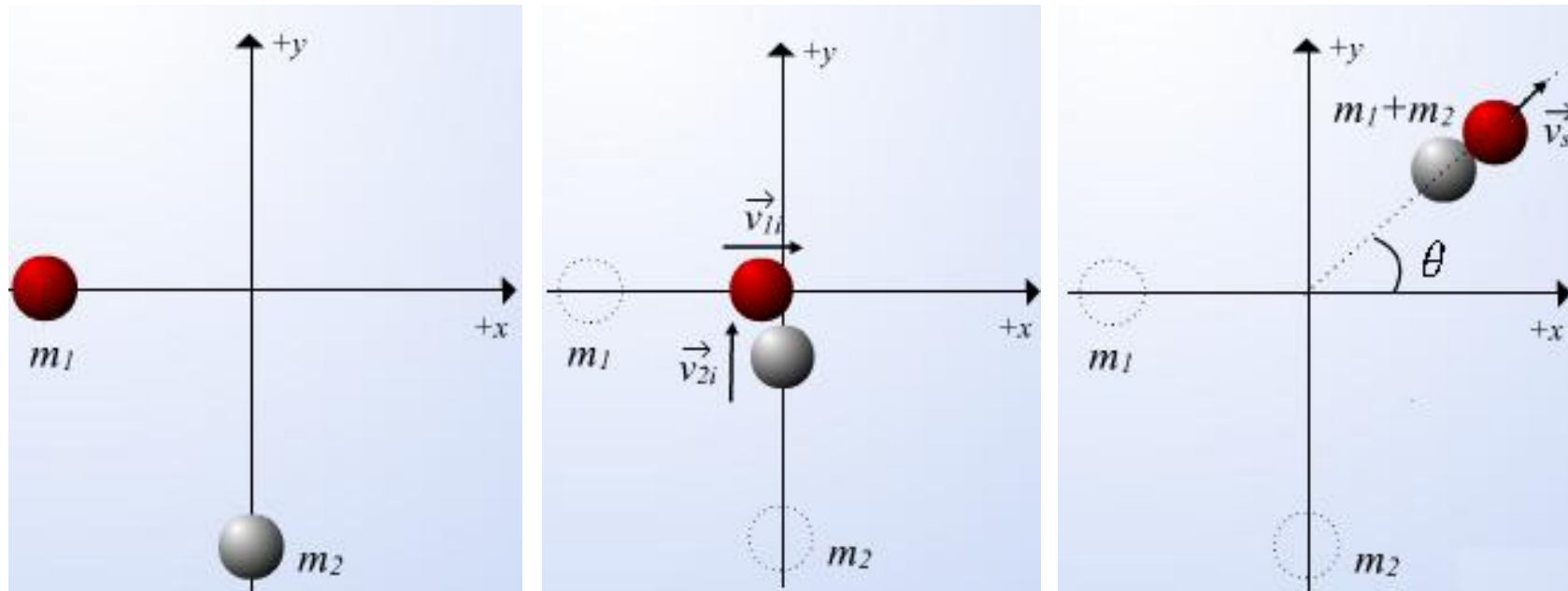
Kinetik enerji korunur:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2 \quad \text{(8.18)}$$

Böylece, m_1 , m_2 , v_{1i} , v_{2i} ile θ ve ϕ açılarından birisi verilirse, v_{1s} , v_{2s} ve verilmeyen açı (8.16), (8.17) ve (8.18) denklemlerinden bulunur.



İki Boyutta Tam Olarak Esnek Olmayan Çarpışma



İki Boyutta Tam Olarak Esnek Olmayan Çarpışma

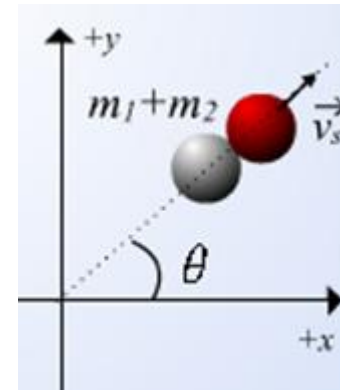
Animasyonda gösterildiği gibi, m_1 kütleli cisim $\vec{v}_{1i}$ hızıyla x doğrultusunda ve m_2 kütleli cisim $\vec{v}_{2i}$ hızıyla y doğrultusunda hareket ediyorlar ve orijinde çarpışarak birlikte θ doğrultusunda $\vec{v}_s$ hızıyla yollarına devam ediyorlar. Tam olarak esnek olmayan bu çarpışmada çizgisel momentum korunur:

$$P_{ix} = P_{sx} \Rightarrow m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_s \cos \theta$$

(8.19)

$$P_{iy} = P_{sy} \Rightarrow m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_s \sin \theta$$

(8.20)



Bu iki denklem ortak olarak çözülerek, m_1 , m_2 , v_{1i} ve v_{2i} cinsinden $\tan \theta$ ve v_s bulunur.

■ Etki eden başka bir dış kuvvet yok..

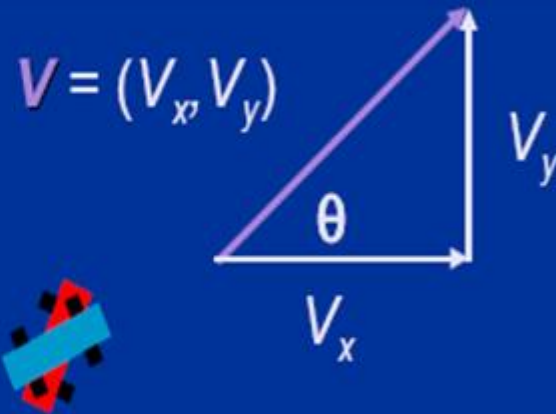
- Her iki bileşen için momentumun korunumunu kullanırsak:

x: $P_{x,i} = P_{x,f} \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V_x \Rightarrow V_x = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$

y: $P_{y,i} = P_{y,f} \Rightarrow m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V_y \Rightarrow V_y = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} v_2$



■ Çarpışmadan sonraki hareketi biliyoruz!

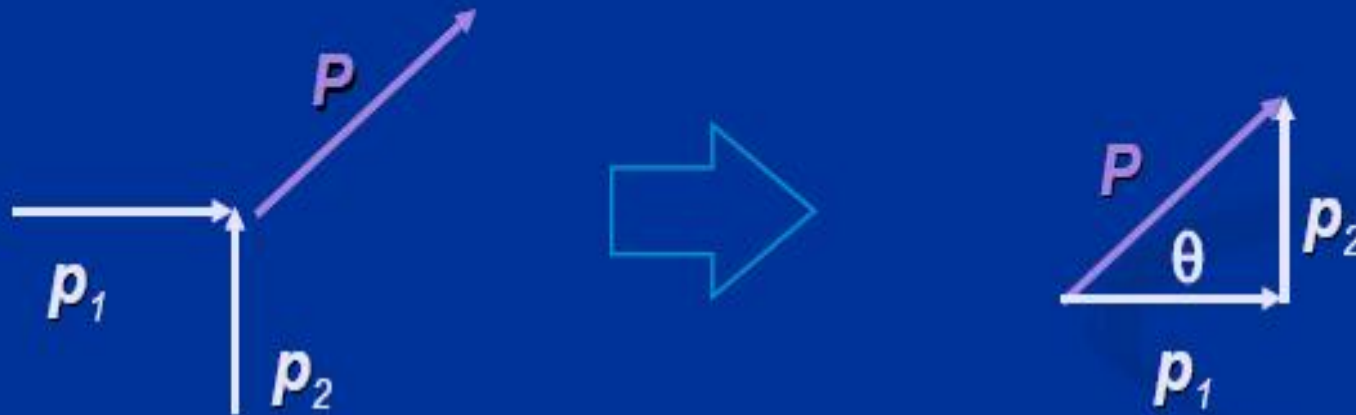


$$V_x = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$$

$$V_y = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} v_2$$

$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \frac{p_2}{p_1}$$

- Vektörleri kullanarak ta aynı şeyi yapabiliriz:



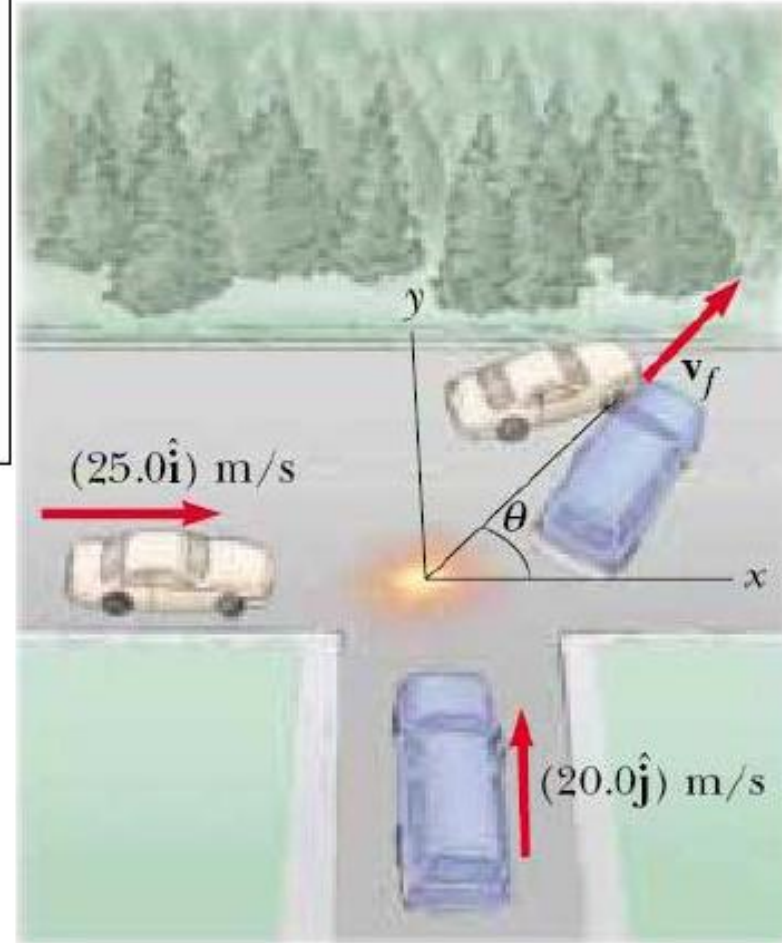
$$\tan \theta = \frac{p_2}{p_1}$$

Çarpışma problemlerinde izlenecek yol

- Koordinat sistemini seçiniz ve hızları bu sisteme göre belirleyiniz. Başlangıç hızlarını x eksenine üzerine yerleştirmek daha kolay işlem yapmanızı sağlayabilir.
- Koordinat sistemini resimlerken cisimleri etiketleyiniz ve hız vektörlerini çizip belirtiniz.
- Sistemin çarpışmadan önceki ve toplam momentumunun x eksenine ait bileşenlerini eşitleyiniz. Aynı işlemleri y eksenine bileşenleri içinde yapınız.
- Çarpışma inelastik ise kinetik enerji korunmaz. Bu yüzden fazladan bilgi içeren ifadeler gereklidir. Çarpışma mükemmel bir inelastik çarpışma ise isimlerin çarpışmadan sonraki hızları aynıdır. Momentum eşitliğini bilinmeyenler için çözünüz.
- Çarpışma elastik ise sistemin çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjisi korunur. Bu ifadelerin eşitliği yazılarak denklem sistemi çözülecek hale gelir.

Örnek 9.10 Kavşakta iki arabanın çarpışması

1500-kg lık bir araba doğuya doğru 25.0 m/s süratle giderken bir yol kavşağında kuzeye doğru giden 20.0 m/s lik süratle giden 2500-kg lık bir araba ile çarpışır. Çarpışmadan sonra iki araba birlikte hareket ettiklerine göre bu hareketin yönünü ve hızın büyüklüğünü hesaplayınız. Çarpışmayı mükemmel inelastik çarpışma olarak ele alıp birlikte yapışık olarak hareket ettiklerini kabul ediniz.



Örnek 9.10 Kavşakta iki arabanın çarpışması

Çarpışmadan önceki toplam momentum:

$$\sum p_{xi} = (1\,500\text{ kg})(25.0\text{ m/s}) = 3.75 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Çarpışmadan sonra arabalar birlikte hareket ederler.

Yatay eksenle yapılan açı θ dir.

$$\sum p_{xf} = (4\,000\text{ kg})v_f \cos \theta$$

$$(1) \quad 3.75 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s} = (4\,000\text{ kg})v_f \cos \theta$$

$$\sum p_{yi} = \sum p_{yf}$$

$$(2) \quad 5.00 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s} = (4\,000\text{ kg})v_f \sin \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = \frac{5.00 \times 10^4}{3.75 \times 10^4} = 1.33$$

$$\theta = 53.1^\circ \quad v_f = \frac{5.00 \times 10^4\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{(4\,000\text{ kg})\sin 53.1^\circ} = 15.6\text{ m/s}$$

Örnek 9.11 Proton-proton çarpışması

Biri durgun diğeri hareketli iki proton birbiri ile çarpışmaktadır. Hareketli protonun çarpışmadan önceki sürati $3.50 \times 10^5 \text{ m/s}$ ve bu çarpışma elastik çarpışma şeklindedir. Protonlar birbirlerine yaklaşıncaya elektrostatik itme kuvveti uygularlar. Çarpışmadan sonra protonlardan biri yatay eksenle 37.0° açı yapacak şekilde hareket eder ve ikinci proton yatay eksenle ϕ açısı yapacak şekilde geri teper. Protonların çarpışmadan sonraki süratlerini ve ϕ açısını hesaplayınız.

$$m_1 = m_2, \theta = 37.0^\circ$$

$$v_{1i} = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$(1) \quad v_{1f} \cos 37^\circ + v_{2f} \cos \phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$(2) \quad v_{1f} \sin 37.0^\circ - v_{2f} \sin \phi = 0$$

$$(3) \quad 8.18 \text{ den} \rightarrow \quad v_{1f}^2 + v_{2f}^2 = (3.50 \times 10^5 \text{ m/s})^2 \\ = 1.23 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\# \quad v_{2f} \cos \phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s} - v_{1f} \cos 37.0^\circ$$

$$v_{2f} \sin \phi = v_{1f} \sin 37.0^\circ \quad (4)$$

Proton-proton çarpışması

Önceki denklemlerin kareleri alınırsa Toplandıklarında;

$$v_{2f}^2 \cos^2 \phi + v_{2f}^2 \sin^2 \phi$$

$$= 1.23 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2 - (7.00 \times 10^5 \text{ m/s}) v_{1f} \cos 37.0^\circ$$

$$+ v_{1f}^2 \cos^2 37.0^\circ + v_{1f}^2 \sin^2 37.0^\circ$$

$$v_{2f}^2 = 1.23 \times 10^{11} - (5.59 \times 10^5) v_{1f} + v_{1f}^2$$

bu denklemlerde kullanılırsa, 3'noluda yerine konulunca

$$v_{1f}^2 + [1.23 \times 10^{11} - (5.59 \times 10^5) v_{1f} + v_{1f}^2]$$

$$= 1.23 \times 10^{11}$$

$$2v_{1f}^2 - (5.59 \times 10^5) v_{1f} = (2v_{1f} - 5.59 \times 10^5) v_{1f} = 0$$

Buradan da, ya;

$v_{1f} = 0$, elde edilir. Bu hareketli olan 1 nolu protonun çarpışmadan sonra durduğunu ve 2 nolu protonun ise harekete başladığını belirtmektedir.

Proton-proton çarpışması

Bu sonuç bize doğru bilgi vermez. Aşağıdaki ifadeden 1 nolu protonun son sürati elde edilir:

$$2v_{1f} - 5.59 \times 10^5 = 0 \quad \longrightarrow \quad v_{1f} = 2.80 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$(3) \rightarrow v_{2f} = \sqrt{1.23 \times 10^{11} - v_{1f}^2} = \sqrt{1.23 \times 10^{11} - (2.80 \times 10^5)^2} \\ = 2.12 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$(1 \text{ veya } 2) \rightarrow \phi = \sin^{-1} \left(\frac{v_{1f} \sin 37.0^\circ}{v_{2f}} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{(2.80 \times 10^5) \sin 37.0^\circ}{2.12 \times 10^5} \right) \\ = 53.0^\circ$$

$$\theta + \phi = 90^\circ$$

Bu kazara elde edilen bir sonuç değildir. Eşit kütleli iki cisim elastik çarpışma yapıyor ve çarpışmadan önce kütlelerden biri durgun ise sonuç her zaman yukarıdaki gibidir.

Çarpışmadan sonra cisimler birbirlerinden aralarındaki açı 90° olacak şekilde ayrılırlar.

Patlama (inelastik patlama)

Patlamadan önce:



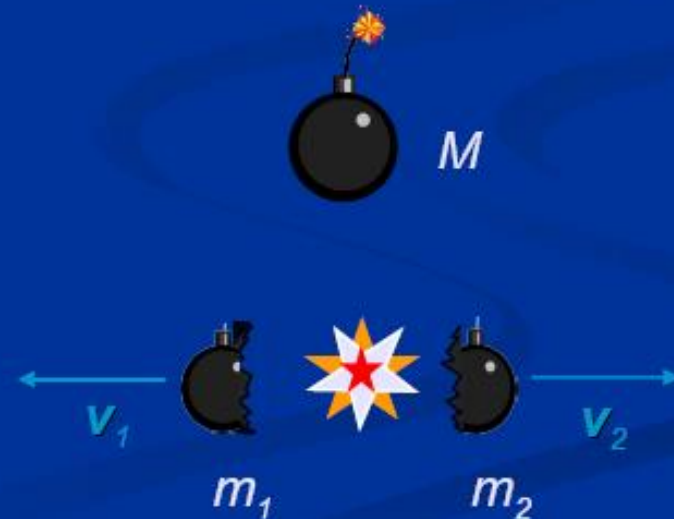
Patlamadan sonra:



Patlama

- Dış kuvvet yok, yani P korunur.
- Başlangıçta: $P = 0$
- Sonda: $P = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = 0$

$$m_1 \mathbf{v}_1 = - m_2 \mathbf{v}_2$$



Soru

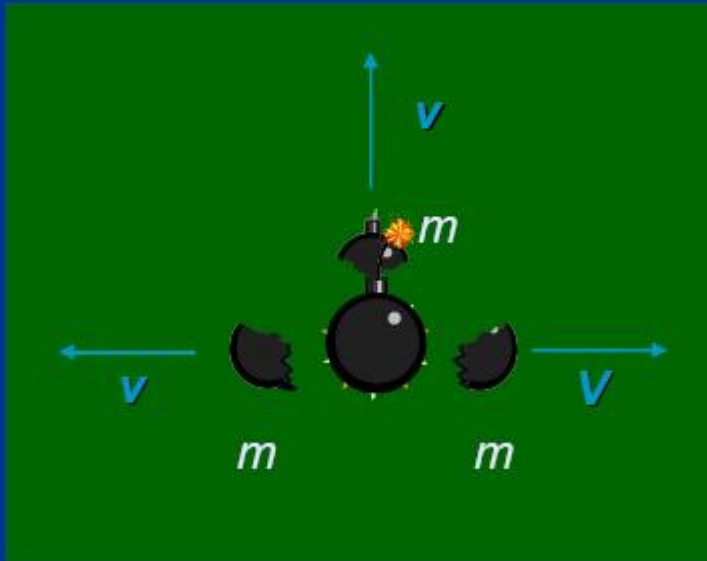
Momentumun Korunumu

- Bir bomba patlayarak 3 özdeş parçaya bölünüyor. Aşağıdaki şekillerden hangisi olası son durumu gösterir?

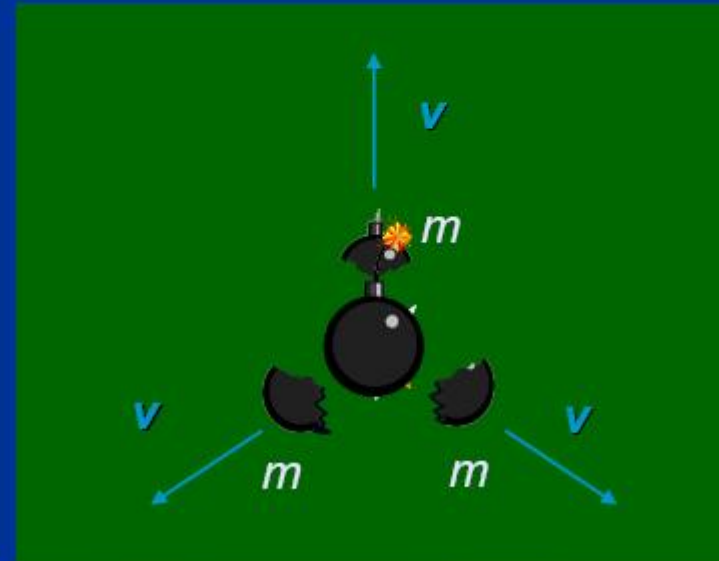
(a) 1

(b) 2

(c) ikiside



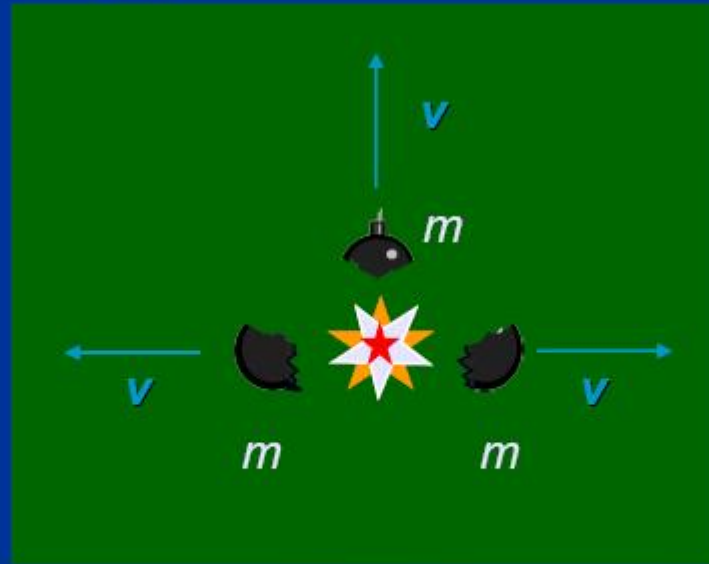
(1)



(2)

Momentumun Korunumu

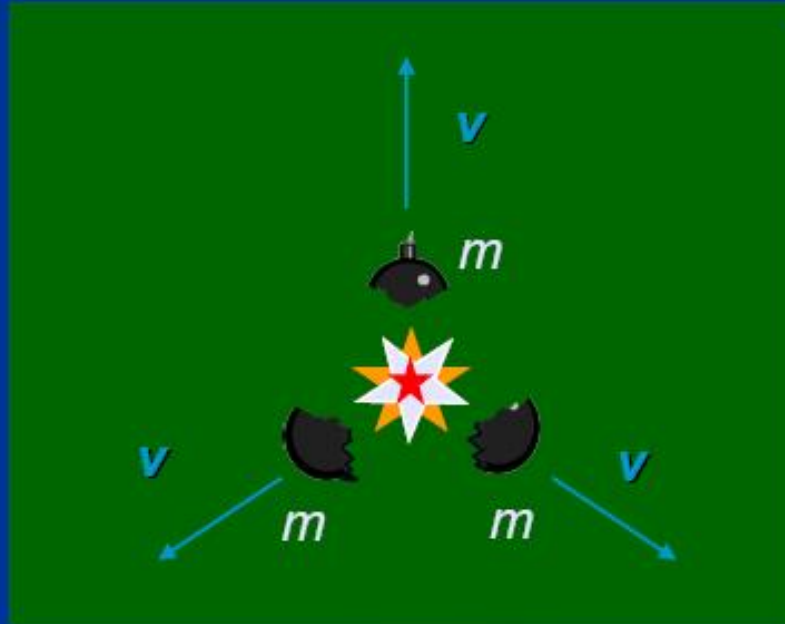
- Dış kuvvet olmadığından P korunumludur.
- Başlangıçta: $P = 0$
- Resim (1) de yukarı doğru olan momentumu dengeleyecek bir şey yok. Yani: $P_{son} \neq 0$.



(1)



- Dış kuvvet olmadığından P korunumludur.
- Başlangıçta: $P = 0$
- Son durumda momentumların toplamı sıfırdır.
- $P_{son} = 0$.



(2)

Soru

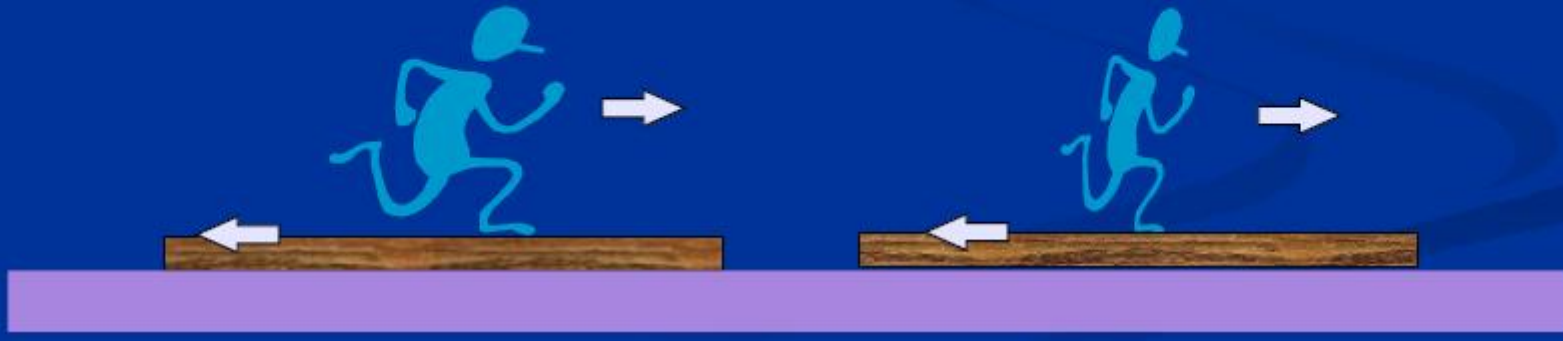
Kuvvet ve Momentum

- Biri şişman iki adam bir kış gününde donan bir gölde özdeş tahta üzerinde durmaktadırlar. Tahtalar (sürtünmesiz) buz üzerinde hareketsiz durmaktadır.
- Adamlar tahta üzerinde aynı anda aynı hızla koşmaya başlar.
 - Buza göre adamların hangisi daha hızlı hareket eder?

(a) şişman

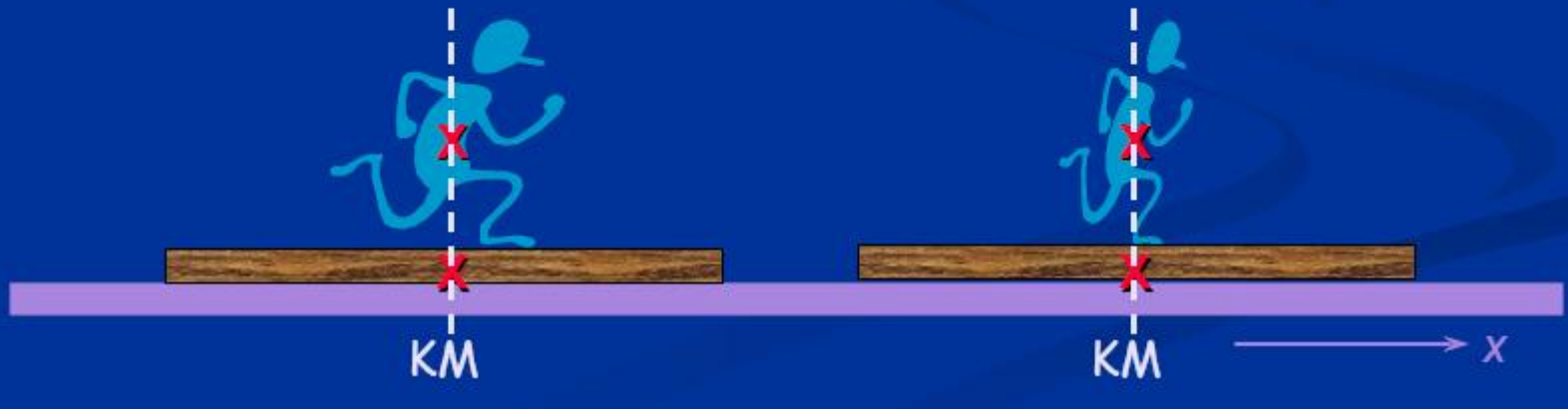
(b) zayıf

(c) aynı

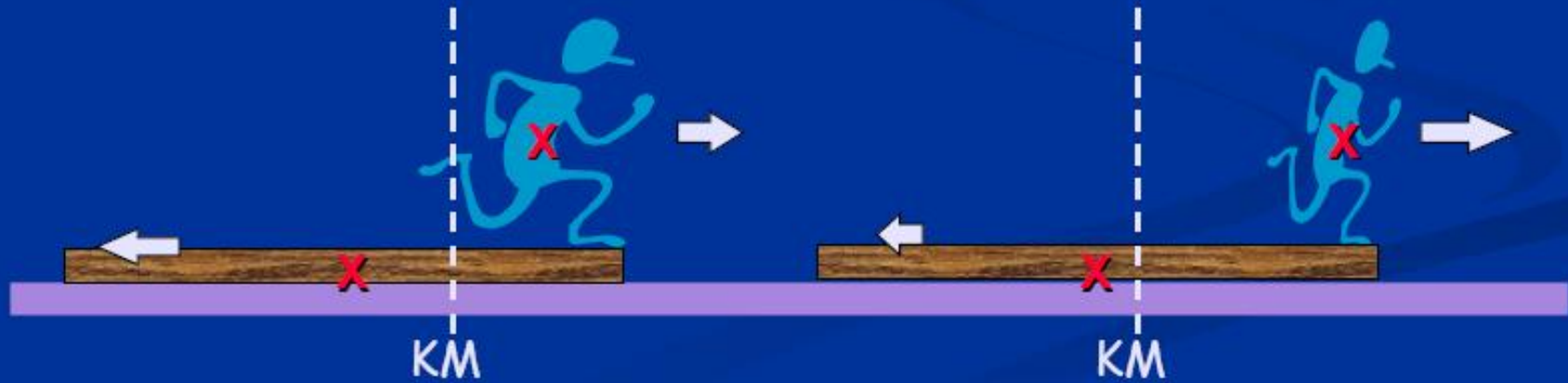


Kavramsal Cevap

- Hareket yönünde (x) dış kuvvet 0!
 - Sistemin KM hareketsiz!



- Hareket yönünde (x) dış kuvvet 0!
 - Sistemin KM hareketsiz!
- Her iki adamda aynı zamanda tahtanın ucuna varır, ama zayıf olan adam KMinden daha uzaktadır.
- Buza göre zayıf adam daha hızlı hareket eder!



Cebirsel Çözüm

- Koşan adam ve tahta sisteminden birine dikkat edelim: X-yönünde dış kuvvet sıfırdır:
 - X-yönünde momentum korunumludur!
 - Başlangıçtaki toplam momentum sıfırdır, korunum gereği 0 kalmalıdır.
 - Koşan adamı KM referans çerçevesinde gözleyelim!
- Koşan adamın kütlesi m ve tahtaninki M olsun.
- Buza göre koşucunun ve tahtanın hızları v_R ve v_P olsun.



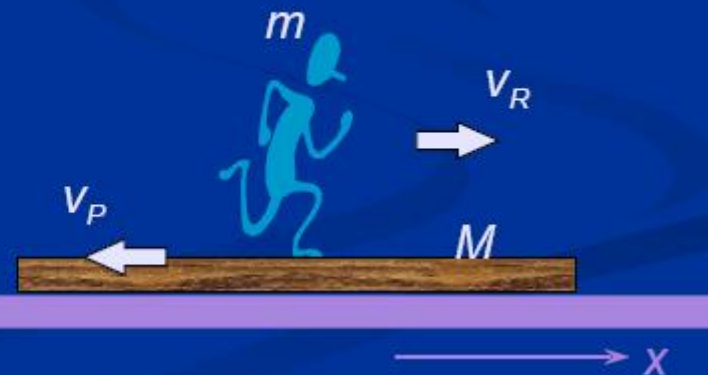
- Koşucunun tahtaya göre hızı $V = v_R + v_P$ (her iki koşan için aynı).

$$Mv_P = mv_R \quad (\text{momentumun korunumu})$$

$v_P = V - v_R$ yerine koyarsak buluruz ki:

$$v_R = V \frac{M}{m + M}$$

→ v_R daha büyük m daha küçük.



9.8 Roket İtmesi



Şekil 9.27 Uzay mekiğinin kalkış anında sıvı ve iki katı-yakıt tanlarındaki yakıtın kullanılmasıyla ortaya çıkan duman. Columbia uzay mekiği 1 Şubat 2003 teki kalkışından kısa bir süre sonra patlamıştı.

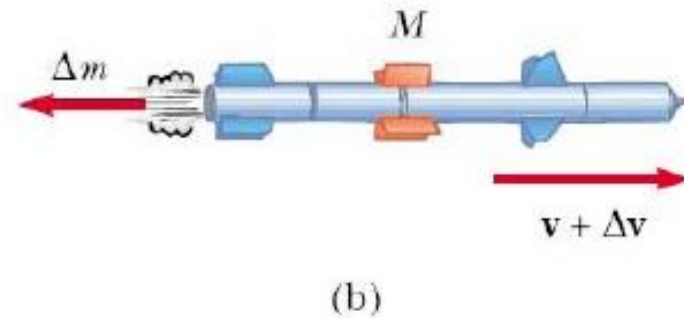
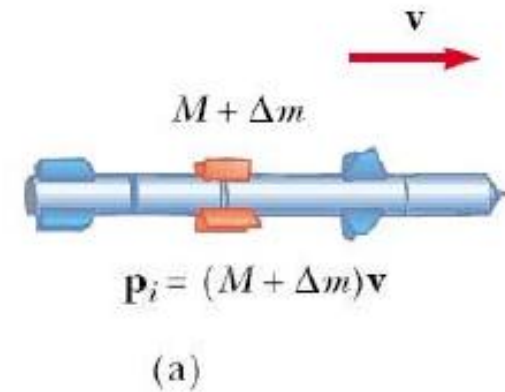
9.8 Roket İtmesi

Roketin hareketi tekerlekli araba üzerine oturtulmuş bir tabancanı patlaması ile mermi mv momentumunu kazanır. Buradaki v hızı yere göre olan hızdır. Sistem araba, tabanca ve mermilerden oluşmaktadır. Araba momentum korunumundan dolayı merminin gittiği yönün tersinde hareket edecektir. Tabancadan ateşlenen her mermi araba ve tabancaya mv kadarlık momentum ekleyecektir. Eğer n tane mermi atılmışsa mermi üzerine etki eden ortalama kuvvet $F = nmv$ kadar olacaktır.

9.8 Roket İtmesi

Şekil 9.28 Roket itmesi.

- (a) Roketin başlangıç kütlesi kendi kütlesi artı yakıttır, herhangi bir t anında bu kütle $M + \Delta m$ şeklindedir ve roketin sürati v dir. (b) Bir $t + \Delta t$ anında roketin toplam kütlesinde yakıt kullanıldığı için bir azalma olur. Roketin kütlesi Δm kadar azalırken sürati artar.



9.8 Roket İtmesi

Sistemin başlangıçtaki momentumu son momentuma eşitlenirse

$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

M - Roketin kütlesi

Δm - Yakıtta eksilen miktar

$$M \Delta v = v_e \Delta m$$

$M \Delta v$ ile $v_e \Delta m$ zıt yönlerdedir.

Δt sifıra çok yakın seçilirse

$$\Delta v \rightarrow dv \text{ ve } \Delta m \rightarrow dm$$

$$dm = -dM. \text{ eksi işareti kütledeki azalmayı göstermektedir.}$$

$$M dv = v_e dm = -v_e dM$$

Roket, serbest uzayda çizgisel momentumundaki değişimini yakıtını kullanarak yani bir tarafından gaz çıkartarak sağlar. Gazlar motordan dışarı atıldıkça roketin ilerlemesi sağlanır. Burada da başlangıçtaki ve son durumdaki momentumlar eşittir. Gazlarla roketin momentumları zıt yönlerdedir.

9.8 Roket İtmesi

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

$$v_f - v_i = v_e \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right)$$

$$\text{İtme} = M \frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right|$$

Rokete etki eden itme çıkan gazlardan sağlanmaktadır. Bu itmeyi yandaki denklemden hesaplayabiliriz.

Egzoz gazı hızı

Örnek 9.19 Uzaydaki roket

Bir roket serbest uzayda yere göre 3.0×10^3 m/s süratle ilerlemektedir. Roketin motorları çalıştırılınca roketten çıkan gazlar rokete göre 5.0×10^3 m/s süratle hareket etmektedirler.

- (A) Roketin yere göre süratini roketin kütlesi yarıya düşüncü hesaplayınız.
 (B) 50 kg/s lik yakıt yakılınca rokete sağlanan itmeyi hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
 v_f &= v_i + v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \\
 &= 3.0 \times 10^3 \text{ m/s} + (5.0 \times 10^3 \text{ m/s}) \ln\left(\frac{M_i}{0.5 M_i}\right) \\
 &= 6.5 \times 10^3 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{İtme} &= \left| v_e \frac{dM}{dt} \right| = (5.0 \times 10^3 \text{ m/s}) (50 \text{ kg/s}) \\
 &= 2.5 \times 10^5 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Bölüm 10: Katı Cismin Sabit bir Eksen Etrafında Dönmesi

Kavrama Soruları

- 1- Bir nokta etrafında dönmekte olan cismin hareketini tanımlamak için nasıl bir yer değiştirme tanımlarsınız?
- 2- Açısal hızın yönü varmıdır, veya açısal hız vektörel bir nicelikmi dir?
- 3- Dönme olayında cismin kütesini direk olarak kullanabilirmiyiz?
- 4- Aynı yükseklikten bırakılan bir cisim kayarak mı yoksa yuvarlanarak mı daha çabuk aşağıya iner?

Sunuş

10-1 Açısal Yer Değiştirme, Hız ve İvme

10-2 Dönme Kinematığı

10-3 Açısal ve Doğrusal Nicelikler

10-4 Dönme Enerjisi

10-5 Tork

10-6 Tork ve Açısal İvme Bağlantısı

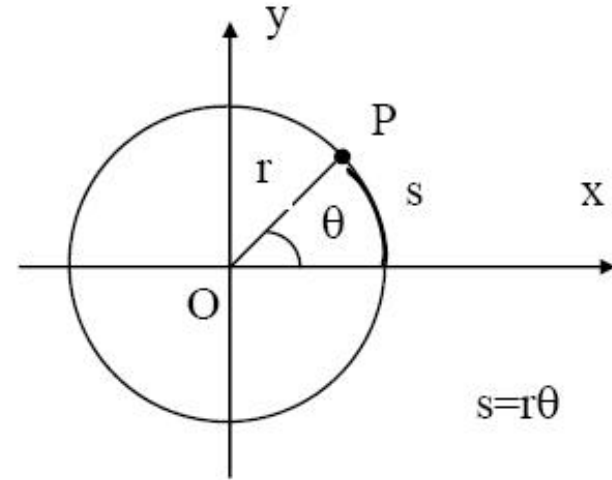
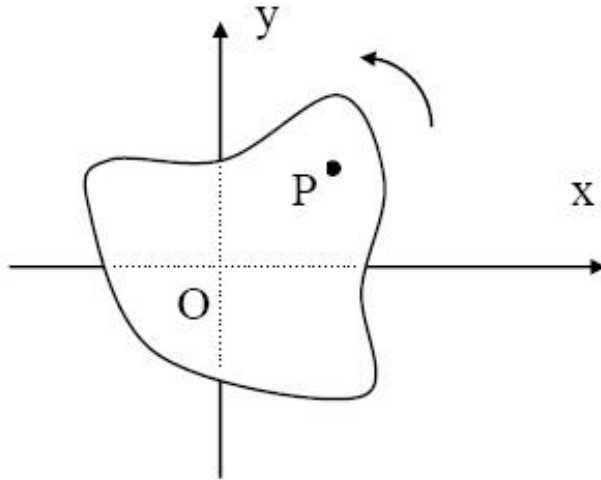
Sunuş

Bu bölümde, önce sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin açısal yer değiştirme, açısal hız ve açısal ivme nicelikleri türetilecek ve dönme hareketi ile açısal hareket arasındaki ilişki ve benzerlikler elde edilecektir. Daha sonra dönme hareketi yapan katı bir cismin dönme kinetik enerji ifadesi türetilecektir. Bir kuvvetin bir cismi bir nokta etrafında döndürme etkisinin ifadesi olan tork kavramı tanımlanacak. İki vektörün vektörel çarpımı tanımlanarak tork kavramı kuvvet ve uzunluk vektörleri ile vektörel çarpım olarak ifade edilecektir. Son olarak da bir kuvvetin döndürme etkisi ile açısal ivme arasında nasıl bir ilişki olduğu incelenerek Newton'un 2. kanununun dönü hareketi için ifadesi elde edilecektir.

10.1 Açısal Yer Değiştirme, Hız ve İvme

Dönme olayını inceleyebilmek için öncelikle dönme hareketini en iyi tanımlayacak yerdeğiştirme niceliğini tanımlamamız gerekecektir. Bu yer değiştirmeyi tanımladıktan sonra doğrusal harekette tanımladığımız gibi yer değiştirmenin zamana göre değişimine bakarak bu dönen cismin dönüş hızını (açısal hız), dönüş hızının birim zamandaki değişiminden de dönüş hızındaki değişimleri gösteren dönüş ivmesi (açısal ivme) kavramlarını türetebiliriz.

Aşağıdaki gibi, O noktası etrafında dönebilen herhangi bir şekle sahip katı bir cismi göz önüne alalım. Bu cismin üzerinde tanımladığımız bir P noktasının hareketini inceleyelim.



Sabit O merkezi etrafında r yarıçaplı P noktasının aldığı yol;

$$s=r\theta$$

θ 'nın birimi radyan (rad)'dır. Bir radyan, yarıçapla eşit uzunluktaki bir yay parçasının yarıçapa oranı ile elde edilen açıdır.

$$s=r\theta \text{ (1 radyan)}$$

Radyan açı ölçüsü ile derece açı ölçüsü arasındaki ilişki

$$\theta(\text{rad}) = (\pi/180^\circ) \cdot \theta(\text{derece})$$

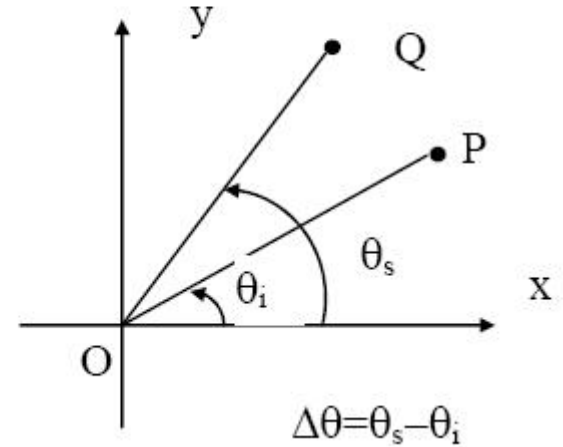
Açısal Yer değiştirme:

r yarıçaplı P noktasının Δt zaman sonra Q noktasına geldiğini düşünürsek P noktasının açısal yer değiştirmesi:

$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_i$$

şeklinde yazılır.

Açısal yer değiştirmenin boyutu yoktur!, birimi ise radyandır!



Ortalama Açısal Hız ($\bar{\omega}$):

Ortalama açısal hız ($\bar{\omega}$), Δt zaman aralığındaki açısal yer değiştirmenin($\Delta\theta$), Δt zamanına oranıdır.

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_s - \theta_i}{\Delta t}$$

Ani Açısal hız (ω):

Ani açısal hız (ω), Δt zamanı limit durumunda sıfıra gittiğinde ($\Delta t \rightarrow 0$) açısal yer değiştirmenin ($\Delta\theta$), zamana oranıdır.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

θ açısı boyutsuz olduğundan açısal hızın boyutu $[\omega]=1/[T]$ 'dir. Birimi ise radyan/saniye (rad/s) veya s^{-1} dir. Açısal hız vektörel bir niceliktir öyle ki yönü aşağıdaki gibi belirlenir.

Açısal hızın yönü:

Dönme açısı artarsa(saat ibresinin tersi yönündeki hareket) ω pozitif

Dönme açısı artarsa(saat ibresi ile aynı yöndeki hareket) ω negatiftir.

Ortalama açısal ivme ($\bar{\alpha}$):

Ortalama açısal ivme($\bar{\alpha}$), Δt zaman aralığındaki açısal hızdaki değişme miktarının ($\Delta\omega$) geçen zamana oranıdır.

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_s - \omega_i}{\Delta t}$$

Ani açısal ivme (α):

Ani açısal ivme (α), Δt zaman aralığı limit durumunda sıfıra gittiğinde ($\Delta t \rightarrow 0$) açısal hızın ($\Delta\omega$) zamana oranıdır.

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

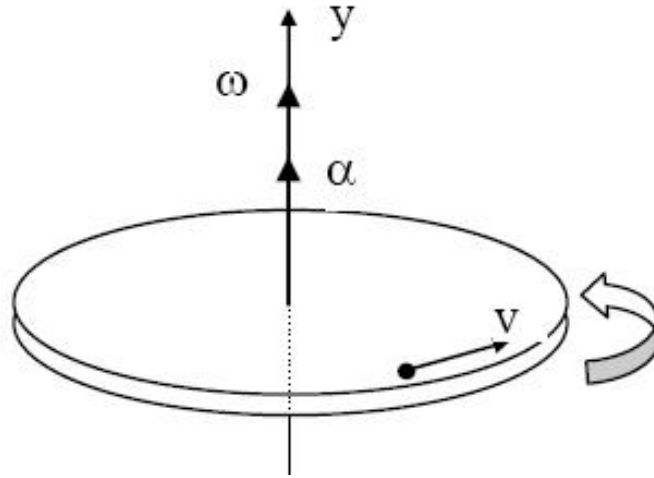
θ açısı boyutsuz olduğundan açısal ivmenin boyutu $[\alpha]=1/[T^2]$ 'dir. Birimi ise radyan/saniye² (rad/s²) veya s⁻² dir.

Açısal ivmenin yönü:

Dönme açısı artarsa(saat ibresinin tersi yönündeki hareket) α pozitif

Dönme açısı artarsa(saat ibresin ile aynı yönündeki hareket) α negatif dir.

v, ω ve α 'nın yönleri:



v çizgisel hız yörüngeye teğettir.

ω dönme eksenini üzerindedir

Saat yönünün tersi yönde ise ω , $+y$;

Saat yönünü ile aynı yönde ise ω , $-y$;

α (açısal ivme), ω ile aynı yönlüdür.

Açısal hız vektörünün yönünü belirlemek için “sağ el kuralı”: Açısal hızın yönünü bulmak için sağ elimizi kullanarak açısal hızın yönünü kolayca bulabiliriz. Bu kuralda sağ elin baş parmak dışındaki dört parmağı birleştirilip kıvrılarak dönen cismin dönüş yönü ile çakıştırılır. Baş parmak bu dört parmağa dik tutulur ve baş parmağın gösterdiği yön açısal hızın yönüdür.

Doğrusal ve açısal hareketi tanımlamada kullanılan nicelikleri karşılıklı olarak yazarsak:

<u>Açısal</u>	<u>Doğrusal</u>	
θ	x	(yerdeğiştirme)
ω	v	(hız)
α	a	(ivme)

10-2 Dönme Kinematığı: Sabit Açısal İvmeli Dönme Hareketi

Daha önce doğrusal hareket için türettiğimiz kinematik eşitlikleri dönme hareketine uyarlayabiliriz. Doğrusal harekette türettiğimiz formüllere dönü hareketini tanımlayan x , v ve a yerine açısal yerdeğiştirme($\Delta\theta$), açısal hız(ω) ve açısal ivme(α) niceliklerini yazarsak:

Sabit ivmeli doğrusal hareket

$$v_s = v_o + at$$

$$x_s = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_s^2 = v_o^2 + 2ax$$

Sabit açısal ivmeli dönme hareketi

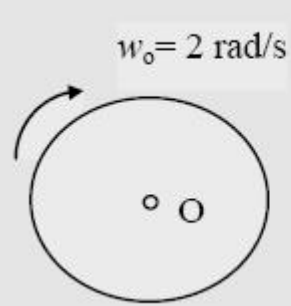
$$\omega_s = \omega_o + \alpha t$$

$$\theta_s = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_s^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\theta$$

elde ederiz..

Örnek 10.1 *Dönen Teker:* Bir tekerlek, 3,5 rad/s²'lik sabit açısal ivme ile dönüyor. $t=0$ s'de tekerleğin açısal hızı 2 rad/s ise;
 a) 2 saniyede teker ne kadarlık açı süpürür?
 b) $t=2$ s sonra açısal hızı nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a) } \theta_s &= \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ &= (2 \text{ rad/s}) \cdot (2 \text{ s}) + \frac{1}{2} (3,5 \text{ rad/s}^2) \cdot (2 \text{ s})^2 = 11 \text{ rad} = 630^\circ \\ \text{Devir sayısı} &= \Delta\theta / 360^\circ \text{ (derece/dev)} = 1,75 \text{ devir} \\ \text{b) } \omega_s &= \omega_o + \alpha t \\ &= (2 \text{ rad/s}) + (3,5 \text{ rad/s}^2) \cdot (2 \text{ s}) = 9 \text{ rad/s bulunur..} \end{aligned}$$

10-3 Açısal ve Doğrusal Nicelikler

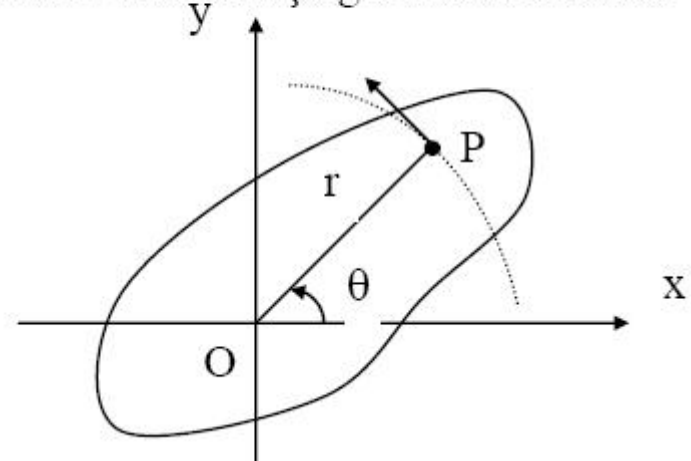
Dönen bir cismin açısal hız ve ivmesi ile cismin üzerindeki bir noktanın çizgisel hız ve ivmesi arasında nasıl bir bağlantı vardır?

$$s = r\theta \quad r = \text{sabit}$$

$$\text{Teğetsel hız: } v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r\theta) = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

$$v = r\omega$$

$$\text{Teğetsel ivme: } a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(r\omega) = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$



Daha önce dairesel yörüngede dönen bir noktanın merkeze yönelik v^2/r büyüklüğünde $\mathbf{a}_r$ merkezci ivme ile hareket ettiğini görmüştük. $\mathbf{a}_r$ ivmesini ω açısal hız cinsinden yazarsak:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$$

Dönen bir katı cisim üzerinde hareket eden bir noktanın toplam ivmesi:

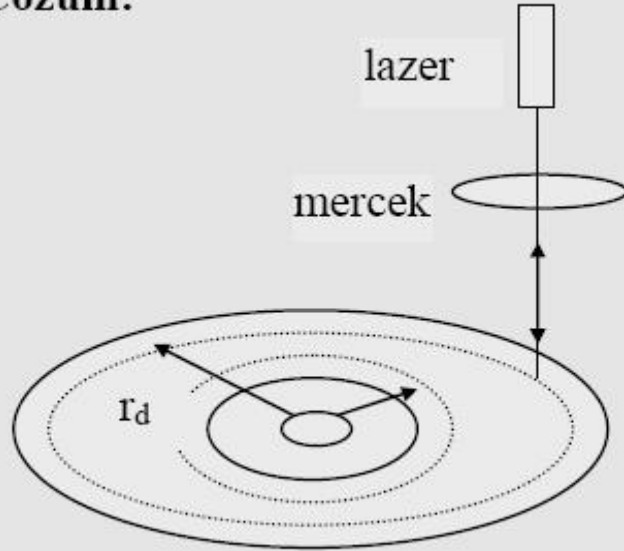
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r$$

Bu ivmenin büyüklüğü: $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2 \alpha^2 + r^2 \omega^4} = r \sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$

$$a = r \sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

Örnek 10.2 *CD Çalar:* Tipik bir CD plağında disk saatin tersi yönünde döner ve lazer-mercek sistemi noktasında yüzeyin sabit hızı 1,3 m/s dir. CD'nin iç yarıçapı $r_i=23$ mm ve dış yarıçap $r_d=58$ mm'dir.

- Disk in açısal hızını devir başına dakika olarak iç ve dış noktada bulunuz.
- Standart bir CD'nin maksimum çalma süresi 74 dakika 33 saniyedir. Bu sürede disk kaç devir yapar?

Çözüm:

a) En içteki iz için açısal hız

$$\omega_i = \frac{v}{r_i} = \frac{1,3m/s}{2,3 \times 10^{-2}m} = 56,5 rad/s$$

$$\omega_i = (56,5 rad/s) \cdot \left(\frac{1}{2\pi} dev/rad\right) \cdot (60s/dak)$$

$$= 5,4 \times 10^2 devir/dak$$

En dıştaki iz için açısal hız

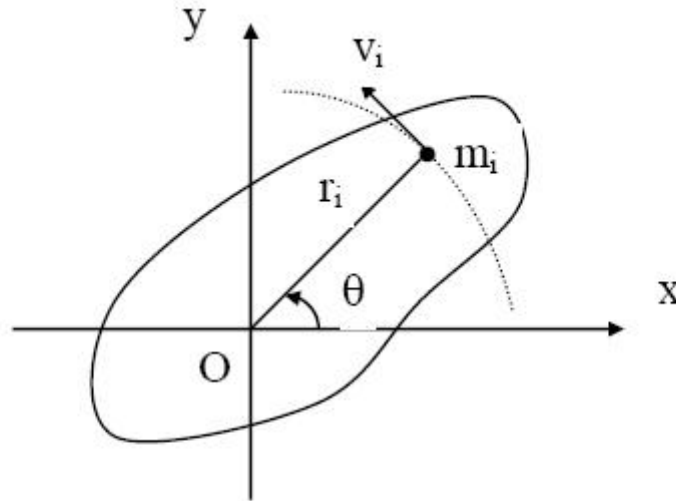
$$\omega_d = \frac{v}{r_d} = \frac{1,3m/s}{5,8 \times 10^{-2}m} = 22,4 rad/s$$

$$\omega_d = 2,1 \times 10^2 devir/dakika$$

b) $t = (74dak) \cdot (60 s/dak) + 33s = 4473$ saniyeİlk açısal konum $\theta_i = 0^\circ$, $\theta_s = ?$ Ortalama açısal hız $= (\omega_i + \omega_s)/2s$ $\theta_s = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_s)t = 0 + (540dev/dak + 210dev/dak) \cdot (1760dak/s) \cdot (4473s) = 2,8 \times 10^4$ devir bulunur

10-4 Dönme Enerjisi

O eksenini etrafında dönen katı cismin kinetik enerjisini bulmaya çalışalım. Katı cismin m_i gibi küçük parçacıklardan oluştuğunu ve O eksenini etrafında sabit ω açısal hızı ile döndüğünü kabul edelim.



m_i . parçacığın teğetsel hızı v_i ise kinetik enerjisi K_i

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Toplam kinetik enerji K_T

$$K_T = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum m_i r_i^2 \omega_i^2$$

ω_i her nokta için aynı olduğundan

$$K_T = \frac{1}{2} (\sum m_i r_i^2) \omega^2$$

$$K_T = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$I = \sum m_i r_i^2$ ifadesine dönme eylemsizlik momenti denir.

Dönme eylemsizlik momenti I , doğrusal hareketteki m kütesine özdeştir.

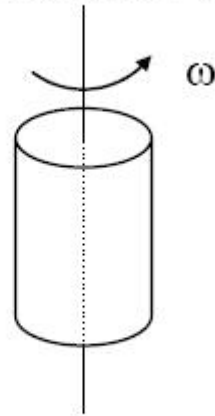
Dönme

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

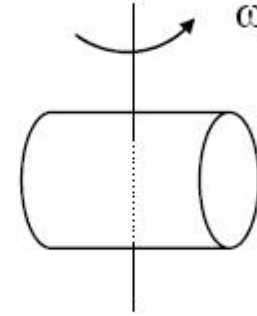
Doğrusal Hareket

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

I eylemsizlik momenti, cismin hangi eksen etrafında döndürüldüğüne bağlıdır.



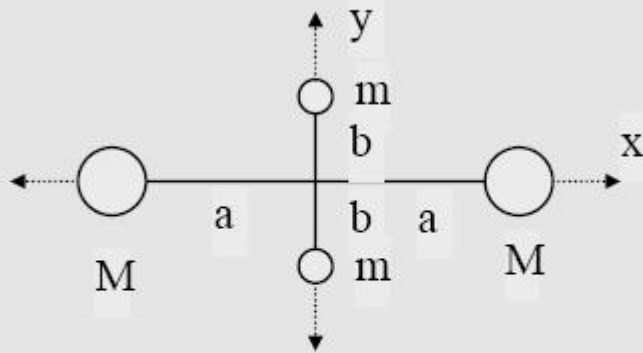
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



$$I = MR^2$$

Örnek 10.4 *Dönen Dörtlü Parçacık:* Dört küçük küresel kütle, xy düzleminde kütlesi ihmal edilebilen bir çerçevenin köşelerine yerleştirilmiştir. Kürelerin yarıçaplarının çerçevenin boyutlarına kıyasla çok küçük olduğu varsayılıyor.

- Sistem, ω açısal hızı ile y eksenini etrafında dönerse bu eksene göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini bulunuz.
- Sistemin O 'dan geçen bir eksen (z -ekseni) etrafında xy düzleminde döndüğünü varsayalım. Z eksenine göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini bulunuz.

Çözüm:

$$\text{a) } I_y = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 = 2Ma^2$$

$$K_{Dy} = \frac{1}{2} I_y \omega^2 = \frac{1}{2} (2Ma^2) \omega^2 = Ma^2 \omega^2$$

b)

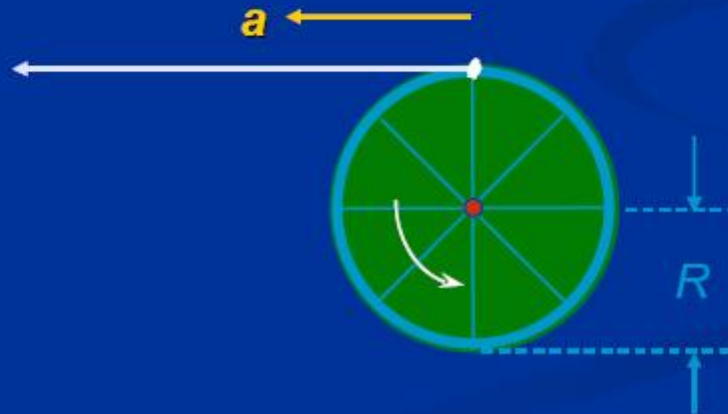
$$I_z = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2 = 2Ma^2 + 2mb^2$$

$$K_{Dz} = \frac{1}{2} I_z \omega^2 = \frac{1}{2} (2Ma^2 + 2mb^2) \omega^2 = (Ma^2 + mb^2) \omega^2$$

$$K_{Dz} = K_{Dy} + K_{Dx}$$

Örnek: Tekerlek ve Sicim

- Yarıçapı $R = 0.4 \text{ m}$ olan bir tekerlek sabit bir eksen etrafında serbestçe dönmektedir. Tekerleğin etrafında sarılan bir ip var. $t = 0$ anında durgunken ip sabit bir ivme $a = 4 \text{ m/s}^2$ ile çekilir. 10 saniye sonra tekerlek kaç tur döner? (Bir tur = 2π radyan)



Tekerlek ve Sicim...

Çizgisel denklemlerle:

$$\text{tur} = \frac{\text{Yol}}{2\pi R} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{2\pi R} \Rightarrow \text{tur} = \frac{\frac{a}{2R}t^2}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\alpha t^2}{2\pi} = \frac{\theta}{2\pi}$$

dönme denklemleri ile

$$\text{tur} = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\alpha t^2}{2\pi}$$

$$a/R$$

nümerik:

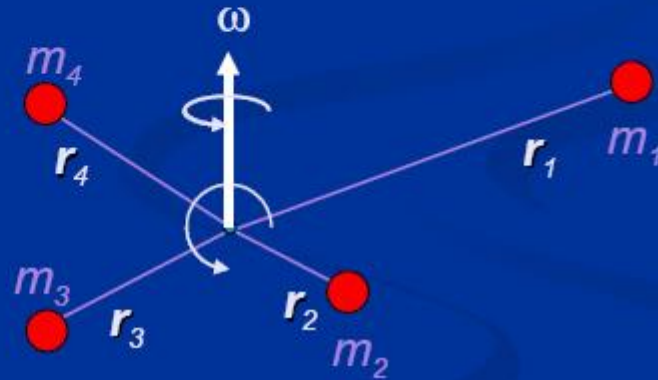
$$\text{tur} = \frac{\frac{1}{2}\alpha t^2}{2\pi} = \frac{0.5 \cdot \frac{4}{0.4} 10^2}{2 \cdot 3.14} = \frac{500}{6.28} \approx 80$$

a



Rotasyon & Kinetik Enerji

- Aşağıda gösterilen basit dönen bir sistemi dikkate alalım. (Noktasal kütleler kütlesiz bir çubuğa iliştirili)
- Sistemin kinetik enerjisi her bir parçacığın kinetik enerjisinin toplamıdır:



Rotasyon & Kinetik Enerji...

■ Yani:

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad \text{ama} \quad v_i = \omega r_i$$

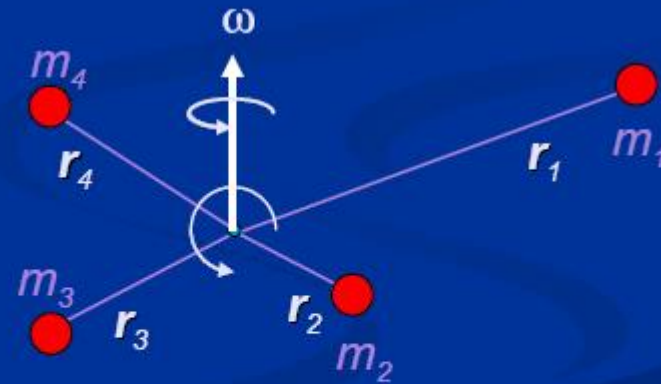
$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} \sum_i m_i (\omega r_i)^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i m_i r_i^2$$

Başka bir şekilde yazım:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

Dönme eksenini etrafında
eylemsizlik momenti



I nın birimi $kg \ m^2$.

Rotasyon & Kinetik Enerji...

- Dönen bir sistemin kinetik enerjisi nokta parçacığın kinetik enerjisine benziyor:

Nokta parçacık	Dönen sistem
$K = \frac{1}{2}mv^2$ $v \rightarrow$ "lineer" hız $m \rightarrow$ kütle.	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$ $\omega \rightarrow$ açısal hız I dönme eksenini etrafında eylemsizlik momenti. $I = \sum_i m_i r_i^2$

Eylemsizlik Momenti

sonuç

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

burada

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

- Eylemsizlik momenti I sistemin kütle dağılımına bağlıdır.
 - Kütlenin dönme ekseninden uzaklaşması eylemsizlik momentini artırır.
- Verilen bir cisim için eylemsizlik momenti dönme eksenini nerde seçtiğimize bağlıdır. (kütle merkezinden farklı).
- Lineer dinamikteki denklemlerde m kütlenin yerini dönme dinamiğinde I eylemsizlik momenti alır!

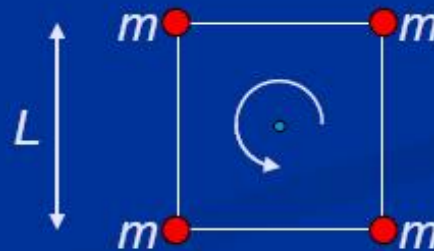
Eylemsizlik Momenti Hesabı

- Sabit bir eksen etrafında dağılmış N ayırık noktasal parçacık için eylemsizlik momenti:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

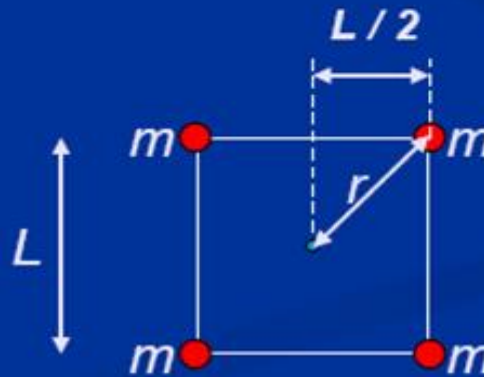
burada r kütlenin dönme eksenine olan uzaklığı.

Örnek: Kenar uzunluğu L olan bir karenin köşelerinde $4 (m)$ kütlesi var ve kare merkezinden geçen bir eksen etrafında dönmektedir. Kütle sisteminin eylemsizlik momentini hesaplayınız:



Eylemsizlik Momenti Hesabı...

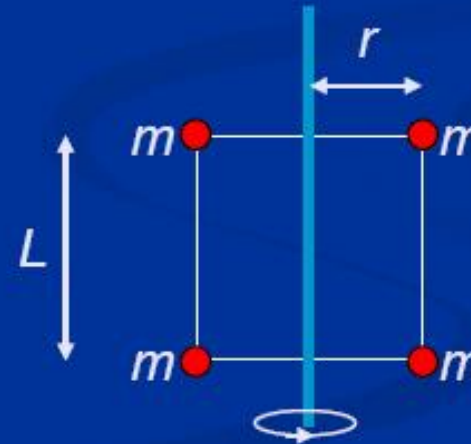
$$I = \sum_{i=1}^4 m_i r_i^2 = 4 \cdot m \cdot \left(\frac{L}{2} \sqrt{2} \right)^2 \Rightarrow I = 2mL^2$$



Eylemsizlik Momenti Hesabı...

- I 'yı şimdide merkezden kenara paralel olan bir dönme eksenini için hesaplayalım:

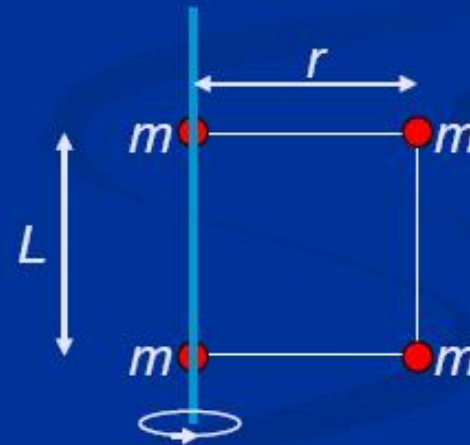
$$\begin{aligned} I &= \sum m r^2 \\ &= m \left(\frac{L}{2} \right)^2 \times 4 \\ &= \boxed{m L^2} \end{aligned}$$



Eylemsizlik Momenti Hesabı...

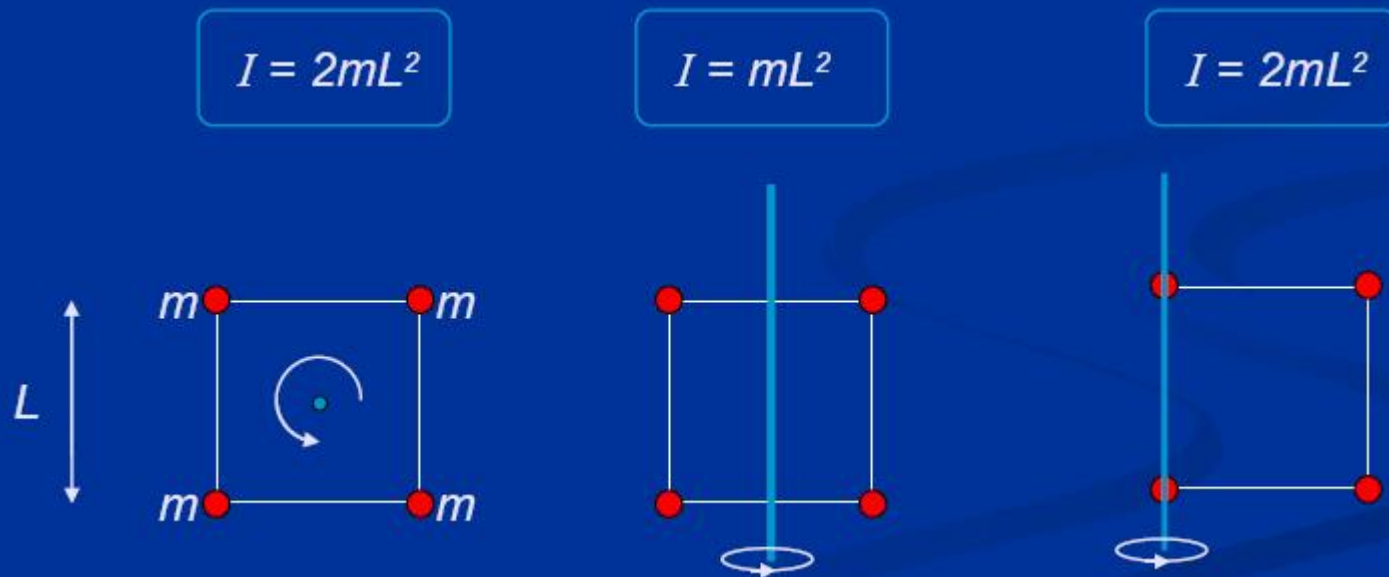
- Son olarak aynı sistemin eylemsizlik momentini bir kenarından geçen bir eksen için hesaplarsak:

$$\begin{aligned} I &= 0 + 0 + 2(m \cdot L^2) \\ &= \boxed{2mL^2} \end{aligned}$$



Eylemsizlik Momenti Hesabı...

- Aynı cisim için I dönme eksenine açıkça bağlıdır!!



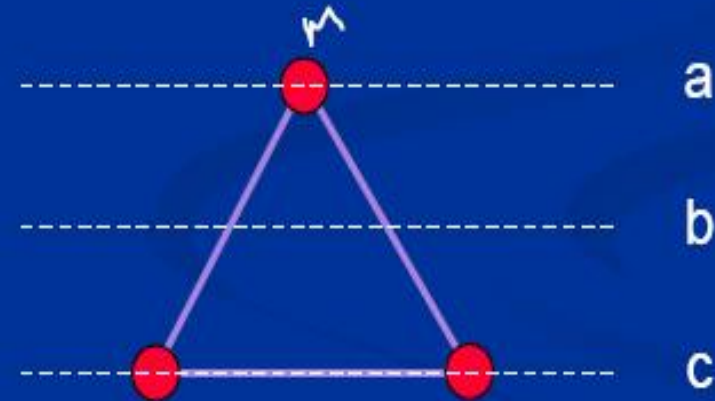
Eylemsizlik Momenti

- Üçgen şeklindeki cisim 3 özdeş kütle ve katı kütlelessiz çubuktan oluşmaktadır. a , b , ve c eksenlerine göre eylemsizlik momenti I_a , I_b , ve I_c dir.
 - Aşağıdakilerden hangisi doğrudur:

(a) $I_a > I_b > I_c$

(b) $I_a > I_c > I_b$

(c) $I_b > I_a > I_c$



Eylemsizlik Momenti

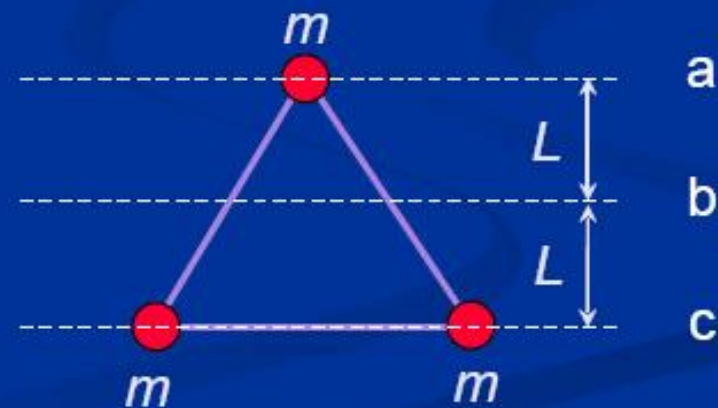
- Kütleler ve uzaklıkları işaretleyelim:
- Eylemsizlik momentini hesaplayalım:

$$I_a = m(2L)^2 + m(2L)^2 = 8mL^2$$

$$I_b = mL^2 + mL^2 + mL^2 = 3mL^2$$

$$I_c = m(2L)^2 = 4mL^2$$

(b) doğru: $I_a > I_c > I_b$



Eylemsizlik Momenti Hesabı...

- Ayrık nokta kütleleri için eylemsizlik momenti:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$



- Sürekli kütle dağılımı gösteren bir cisim için her bir sonsuz küçük dm kütle elementinden gelen mr^2 katkısını verilen bir eksen için toplamalıyız.
 - Yani eylemsizlik momenti I integralden elde edilir:

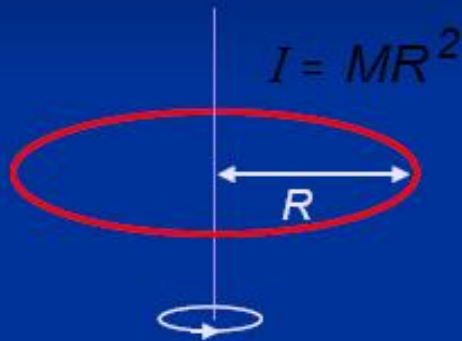
$$I = \int r^2 dm$$

$$I = \int r^2 \rho(\vec{r}) dv = \int r^2 \rho(\vec{r}) d^3r \Leftarrow 3 \text{ boyutlu}$$

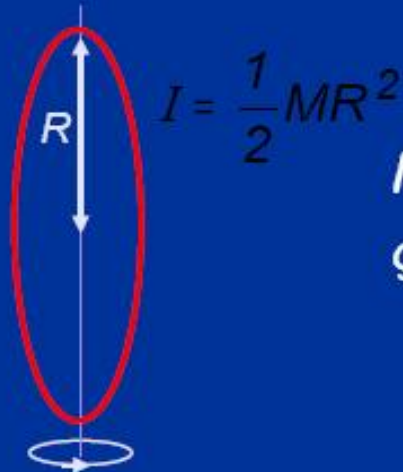


Eylemsizlik Momenti...

- Katı cisim için eylemsizlik momentine bazı örnekler:



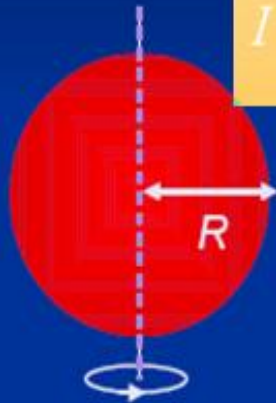
M kütleli ve R yarıçaplı bir çember için merkezinden geçen ve silindir düzlemine dik eksene göre eylemsizlik moment



M kütleli ve R yarıçaplı bir çember için, çaptan geçen eksene göre eylemsizlik moment

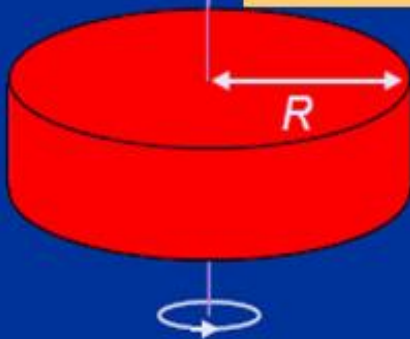
- Katı cisim için eylemsizlik momentine bazı örnekler:

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$



M kütleli ve R yarıçaplı katı küre için Merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti.

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



M kütleli ve R yarıçaplı katı disk yada silindir için merkezden geçen dik eksene göre eylemsizlik momenti.

Eylemsizlik Momenti

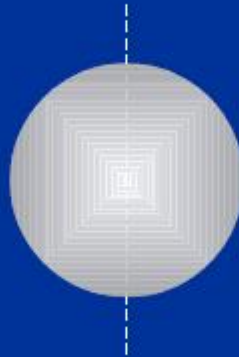
- Kütleleri ve yarıçapları aynı iki küreden biri katı alüminyumdan diğeri içi boş altın kabuğundandır.
 - Merkezden geçen eksene göre hangisinin eylemsizlik momenti daha büyüktür?

(a) Katı alüminyum

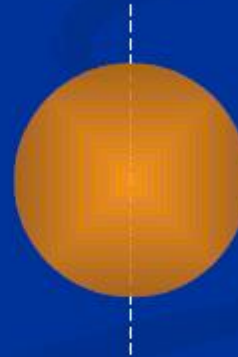
(b) oyuk altın

(c) aynı

katı



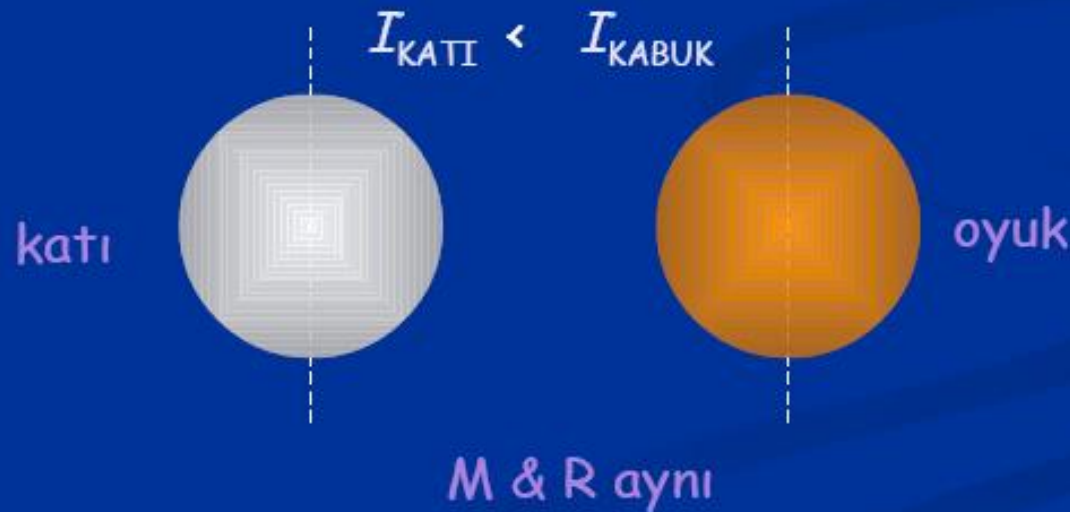
oyuk



M & R aynı

Eylemsizlik Momenti

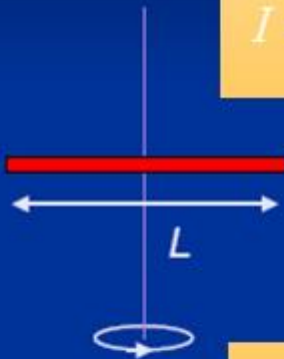
- Eylemsizlik momenti kütleye (her iki cisimde de aynı) ve dönme ekseninden olan uzaklığın karesine bağlıdır. Oyuk kürede mesafe daha büyüktür, çünkü kütlesi daha dışarıdadır.
 - Küresel kabuk (altın) daha büyük eylemsizlik momentine sahiptir.



Eylemsizlik Momenti...

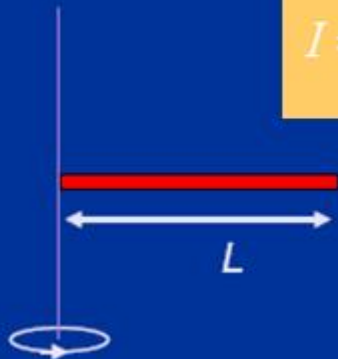
- Katı cisimler için I ya bazı örnekler :

$$I = \frac{1}{12}ML^2$$



M kütleli ve L uzunluklu bir çubuk için merkezinden geçen dik eksene göre eylemsizlik momenti.

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$



M kütleli ve L uzunluklu bir çubuk için bir köşesinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti.

Paralel Eksen Teoremi

- M kütleli bir katı cismin kütle merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momentini I_{KM} , bildiğimizi farz edelim.
- KM'inden geçen eksene paralel ve ona D uzaklığında başka bir eksene göre eylemsizlik momenti:

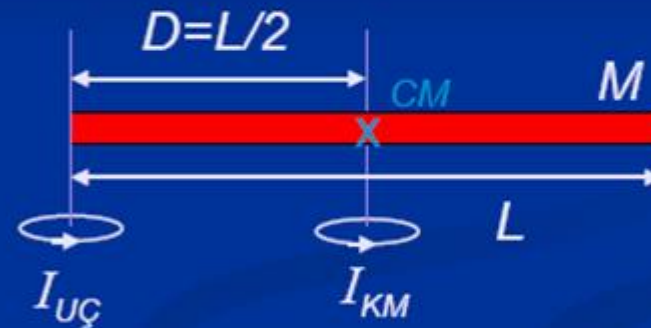
$$I_{PARALEL} = I_{KM} + MD^2$$

- Eğer I_{KM} biliyorsak KMzinden geçen eksene paralel eksene göre eylemsizlik momentini hesaplamak kolaydır.

Paralel Eksen Teoremi:Örnek

- Kütle M ve uzunluğu D olan düzgün bir çubuk dikkate alalım. Çubuğun en ucuna göre eylemsizlik momentini bulun.

$$I_{PARALEL} = I_{KM} + MD^2$$



$$I = \frac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \boxed{\frac{1}{3} ML^2}$$

Örnek:

- Bir teker A $\omega_0 = 500 \text{ rad/s}$ lik ilk hız ile dönmektedir. $t = 0$ da 0.5 rad/s^2 lik bir ivme ile yavaşlamaya başlar. Durana kadar ne kadar zaman geçer?

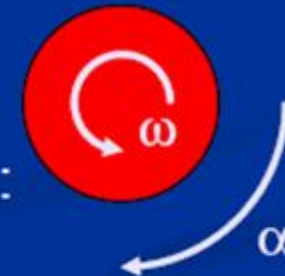
- Başlangıç hızı $\alpha = -0.5 \text{ rad/s}^2$.

- Hız formülü $\omega = \omega_0 + \alpha t$ kullanarak $\omega = 0$:

$$t = -\frac{\omega_0}{\alpha}$$

- Bu durumda

$$t = \frac{500 \text{ rad/s}}{0.5 \text{ rad/s}^2} = 1000 \text{ s} = 16.7 \text{ dak}$$



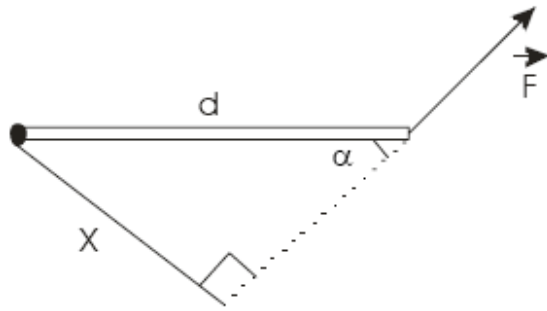
MOMENT – Tork

Bir kuvvetin döndürücü etkisine o kuvvetin momenti denir. Bir kuvvetin momenti, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvetin dönme noktasına olan dik uzaklığının çarpımına eşittir. Moment vektörel bir büyüklüktür.

$$\vec{M} = F \cdot d \cdot \sin\alpha$$

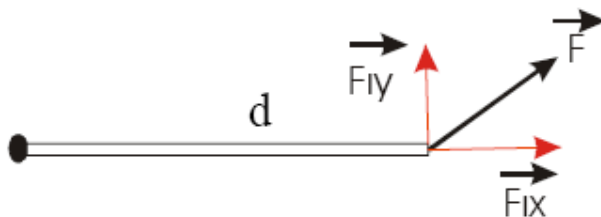
Moment	Kuvvet	Uzaklık
N.m	N	m

Örnek olarak kapı kolunun döndürülmesi, direksiyonun çevrilmesi, tornavidanın döndürülmesi verilebilir.

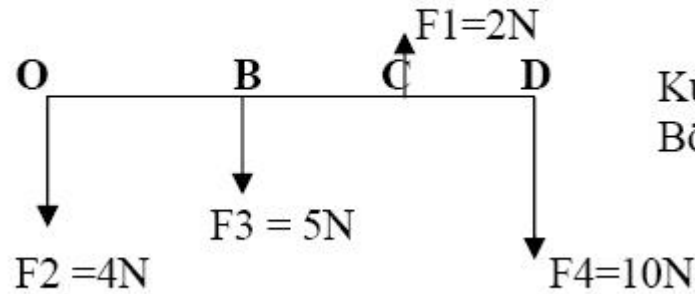


$\sin\alpha = \frac{x}{d}$ olur. Buradan dönme noktasına olan dik uzaklık;
 $x = d \cdot \sin\alpha$ olur.

Ya da; F kuvvetini dik bileşenlerine ayırırsak



Yatay bileşenin uzantısı dönme noktasından geçtiği için F_{ix} 'in momenti "0" olur. F_{iy} dönme eksenine 90° açı yaptığı için; $M = F \cdot d \cdot \sin 90^\circ$, $M = F \cdot d$ olur.

Örnek 1:

Kuvvetlerin O noktasına göre momentlerini karşılaştırınız.
Bölmeler birbirine eşit ve 1 birimdir.

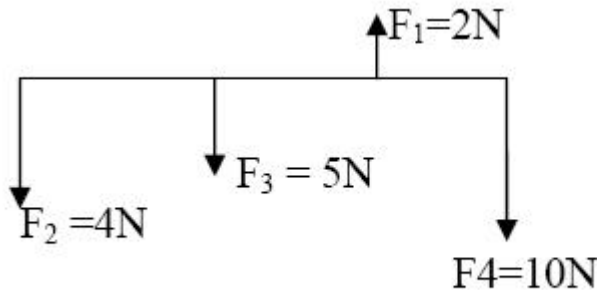
$$M_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ n.m}$$

$$M_2 = 4 \times 0 = 0 \text{ n.m}$$

$$M_3 = 5 \times 1 = 5 \text{ n.m}$$

$$M_4 = 10 \times 3 = 30 \text{ n.m}$$

Örnek 2 : Aynı soruda O noktasına göre toplam momenti bulun deseydi. O zaman kuvvetlerin dönüş yönlerine dikkat etmemiz gerekirdi. Dikkat edilirse F1 kuvveti O noktasını sola doğru çevirmek isterken diğer kuvvetler saat yönünde çevirmek istiyorlar. F1'in döndürme yönünü (-) alırsak, diğerlerinin döndürme yönünü (+) almamız gerekir.



$$M_1 = - 2 \times 2 = - 4 \text{ n.m}$$

$$M_2 = + 4 \times 0 = 0 \text{ n.m}$$

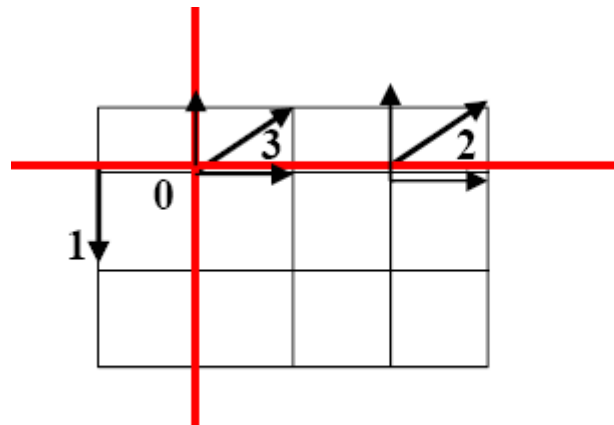
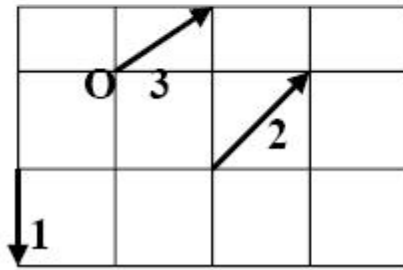
$$M_3 = + 5 \times 1 = 5 \text{ n.m}$$

$$M_4 = + 10 \times 3 = 30 \text{ n.m}$$

Toplarsak = +31 n.m çıkar. Yani saat yönünde döner. Toplam moment sıfır olsa idi çubuk dönme hareketi yapmazdı .Yani dengede kalırdı.

Örnek3: F_1 , F_2 ve F_3 kuvvetlerinin O noktasına göre toplam momentini bulunuz. (Bölmeler eşit ve 1 birimdir)

O noktasına yatay ve düşey iki eksen çizelim. Şimdi yapmamız gereken vektörel büyüklük olan kuvvetleri yönlerini, doğrultularını ve büyüklüklerini değiştirmeden bu eksenlere taşımak.



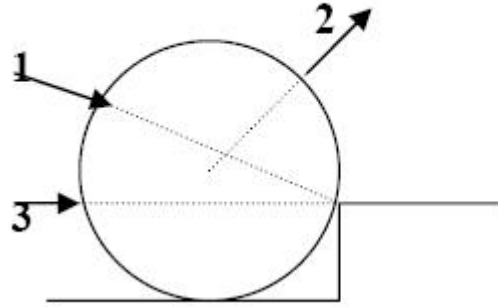
Artık kolayca moment alabiliriz. Dikkat edersek 2 numaralı kuvvetin düşeyi + işaretini O noktasına göre sola, 1 ise + işaretini yine o noktasına göre sola çeviriyor.

3'ün hem yatay hemde düşey momenti "0" dır
2'nin yatay momenti '0' dır.

Düşeyi ise $M_2 = 1 \times 2 = 2$

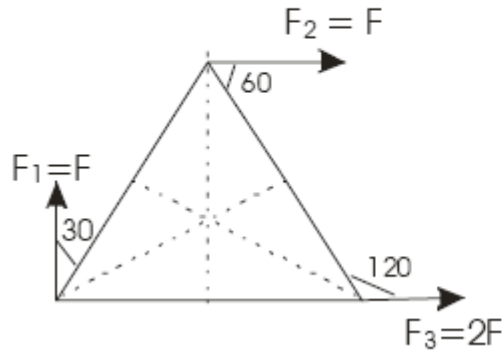
1'in momenti $M_1 = 1 \times 1 = 1$

Örnek 4 : Hangi kuvvetler cismi basamaktan yukarı çıkarabilir.

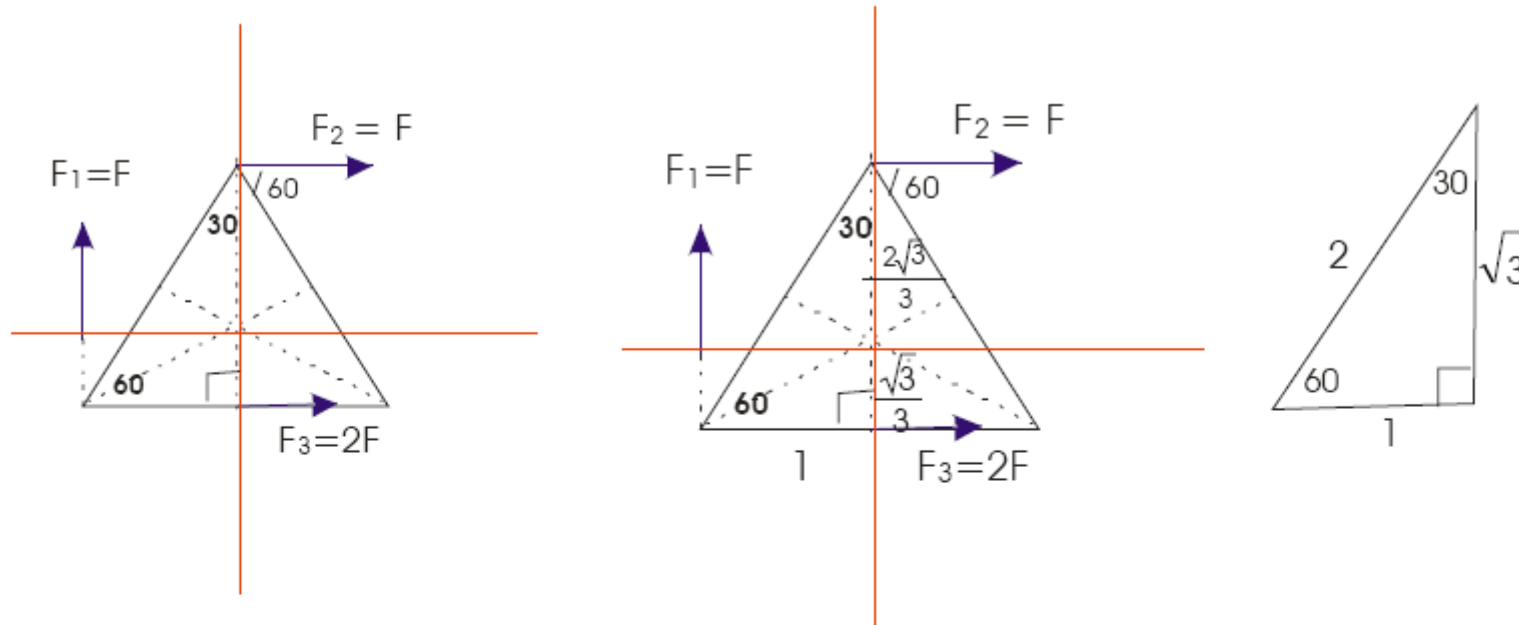


Dikkat edilirse 1 ve 3 numaralı kuvvetlerin uzantıları dönme noktasından geçmektedir. Bu durumda momentleri '0' dır. Yani döndürücü etkisi yoktur. Yalnızca 2 numaralı kuvvetin döndürücü etkisi vardır.

Örnek 5 :



Şekildeki eşkenar üçgenin köşelerine uygulanan kuvvetlerden F_1 'in momenti "O" noktasına göre M ise toplam moment kaç M'dir?



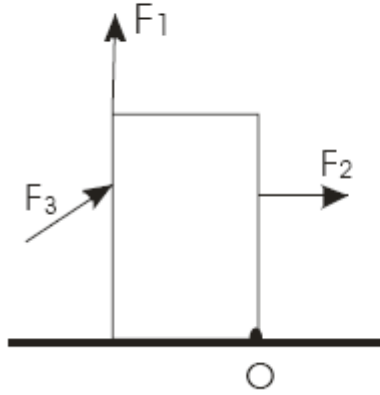
İlk yapmamız gereken O noktasına (köşegenlerin kesim noktasına) bir yatay bir de dikey çizgi çizmek. (Eksen Metodu) Bundan sonra yapmamız gereken doğrultularını; yönlerini ve O noktasına olan uzaklıklarını değiştirmeden kuvvetleri en yakın eksene taşımak. Bundan sonra dönme noktasına göre çok rahat moment alabiliriz. Dik uzaklıklarda, dönüş yönleri de bellidir. F_2 + işaretini sağa, F_1 + işaretini sağa, F_3 ise + işaretini sola döndürmektedir. Saat yönünü +, diğer yönü - alalım.

$$M_1 = +F \times 1 = +F$$

$$M_2 = +F \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = +\frac{2\sqrt{3}}{3} F$$

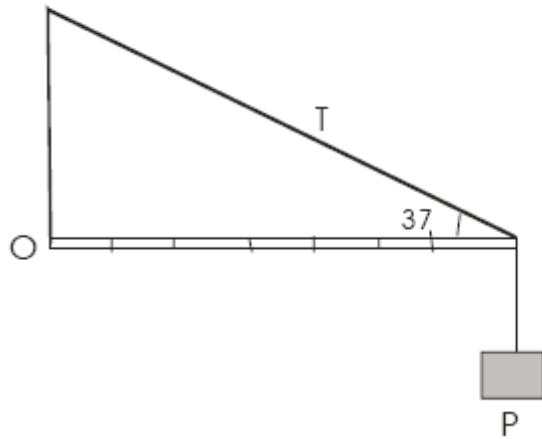
$$M_3 = -2F \times \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} F$$

Toplarsak sonuç +F olur. O da M_1 'in momenti olan M'e eşittir.

Örnek 6 :

Şekildeki düzgün türdeş cisim F_1 , F_2 , F_3 kuvvetleri ayrı ayrı uygulandığında “O” noktası etrafında ancak dönebilmektedir. Bun göre kuvvetlerin “O” noktasına göre momentleri arasında nasıl bir ilişki vardır.

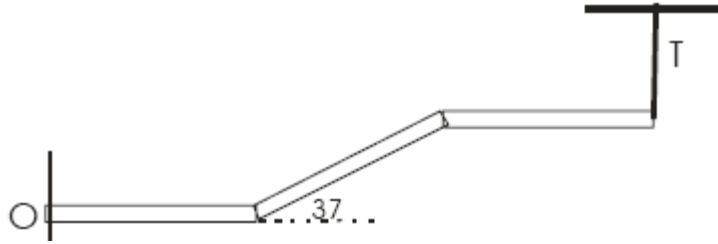
Bu kuvvetler ayrı ayrı uygulandığında cisimi ancak döndürüyorlarsa; demek ki bu kuvvetlerin “O” noktasına göre momentleri eşittir.

Örnek 8 :

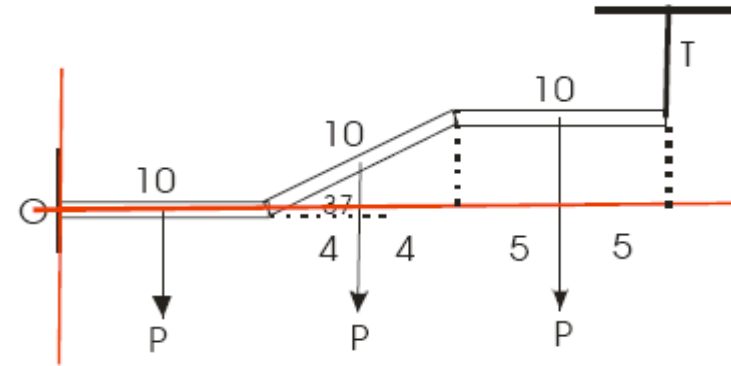
Şekildeki sistem dengede olduğuna göre $P = 30\text{N}$ ise $T = ? \text{ N}$ dur. (Çubuk ağırlıksızdır.)

$$T \cdot \sin 37^\circ \times 7 = P \times 7 \rightarrow T \cdot \frac{3}{5} \times 7 = 30 \times 7 \rightarrow T = 50 \text{ N olur.}$$

Örnek 9 :



Şekildeki sistem ağırlığı 3'er N olan üç çubuktan oluşmuştur. Sistem dengede olduğuna göre $T = ?$ ipteki gerilme kuvveti kaç N'dur?



Çubuklar özdeş olduğuna göre her birin boyuna 10 birim diyelim. Dikkat edilirse ikinci çubuğun olduğu yerde bir 3, 4, 5 üçgeni elde edilir. O noktasına yine bir yatay bir düşey eksen çizersek. Dik uzaklıklar ve yönler çok açık belli olur.

O noktasına göre moment alırsak;

$$T \times 28 = P \times 5 + P \times 14 + P \times 23$$

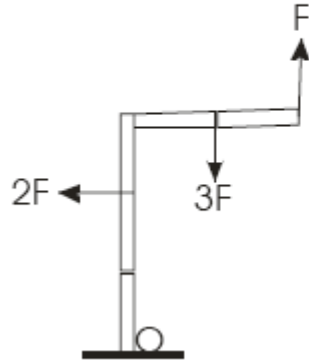
$$T \times 28 = 3 \times 5 + 3 \times 14 + 3 \times 23$$

$$T \times 28 = 15 + 42 + 69$$

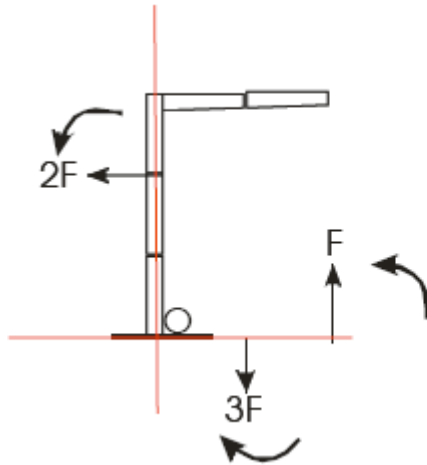
$$T \times \frac{28}{28} = \frac{126}{28}$$

$$T = 4,5 \text{ N}$$

Örnek 10 :



O noktasına göre toplam momenti bulunuz.



Sol yönü (-), diğer yönü + alalım.

$$\sum M = -2F \cdot 2 - F \cdot 2 + 3F \cdot 1 = -3F$$

Cisim sola doğru O noktası etrafında dönme hareketi yapar.

MOMENTLE İLGİLİ ÖZELLİKLER

- ★ Kuvvetin kendisi veya uzantısı dönme noktasından geçiyor ise o kuvvetin momenti “0” olur. Yani döndürücü etkisi olmaz.
- ★ Kuvvet dönme eksenine 90° açı yaptığı zaman, momenti en büyük duruma gelir.
- ★ Birden fazla kuvvetin (eşit büyüklükte) dönme noktasına olan uzaklıkları eşit, dönme eksenine yaptıkları açılar farklı ise dönme eksenine küçük açı yapan kuvvetin momenti en küçük olur.
- ★ Bir cismin farklı noktalarına (çubuk şeklinde olsun) ayrı ayrı uygulanan kuvvetler cismi ancak döndürebiliyorsa, bu kuvvetlerin momentleri eşit olur.
- ★ Toplam moment “0” ise o cisim dengededir.

10-7 Tork ve Açısal İvme Arasındaki Bağntı

Teğetsel kuvvet F_t , teğetsel ivmeyi (a_t) oluşturur.

$$F_t = ma_t$$

F_t kuvvetinin dairenin merkezine göre uyguladığı tork ($\theta = 90^\circ$)

$$\tau = F_t \cdot r = ma_t r$$

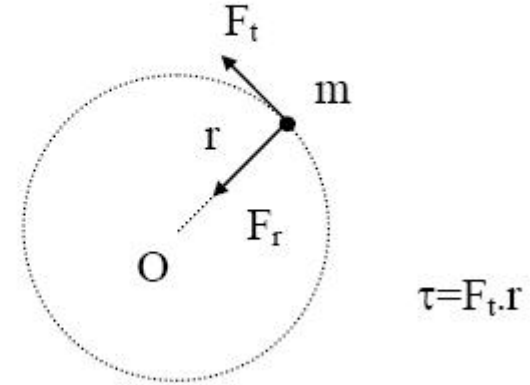
Teğetsel ivme açısal ivmeye $a_t = r\alpha$ eşitliği ile bağlı olduğundan;

$$\tau = (mr\alpha) \cdot r = mr^2 \alpha$$

$I = mr^2$ olduğu hatırlanırsa, burdan

$$\tau = I\alpha$$

Bulunur. Bu eşitlik, Newton'un doğrusal hareket için türettiğimiz $F = ma$ hareket kanununa benzemektedir.



Doğrusal

m

a

F

Dönme

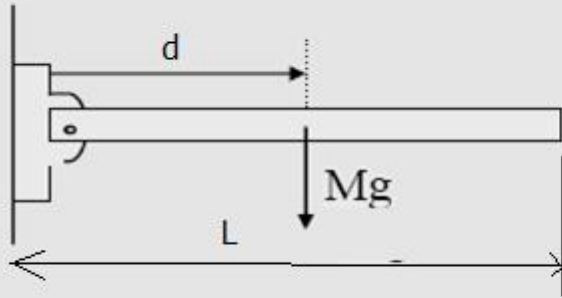
I

α

τ

Örnek 10.10 *Dönen Çubuk:* Uzunluğu L , kütlesi M olan düzgün bir çubuk, şelildeki gibi bir ucu etrafında sürtünmesiz dönebilecek durumdadır. Çubuk yatay durumda iken serbest bırakılıyor. Çubuğun ilk açısal ivmesi ve sağ ucunun ilk çizgisel ivmesi nedir?

Çözüm:



$$\tau = F \cdot d$$

$$\tau = Mg(L/2)$$

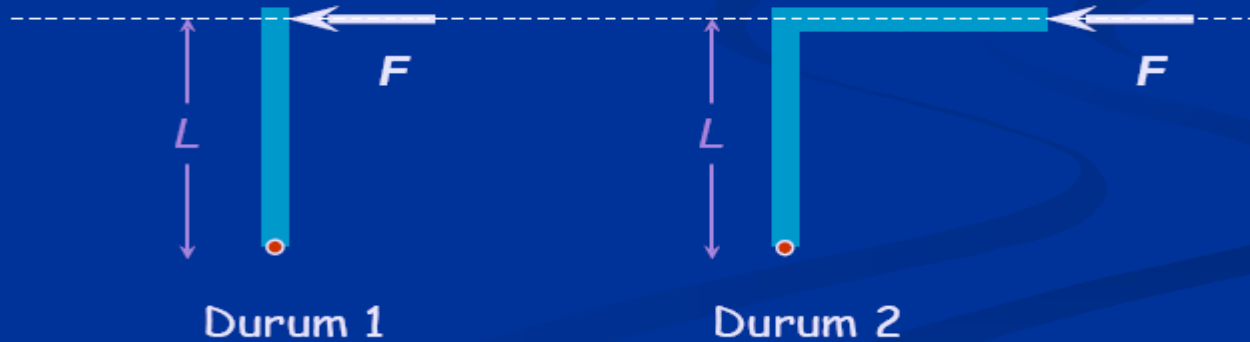
$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg(\frac{L}{2})}{\frac{1}{3}ML^2} = \frac{3g}{2L}$$

$$a_t = L\alpha = \frac{3}{2}g$$

- Aşağıdaki durumlardan hangisinde dönme eksenini etrafında uygulanan kuvvetin torku daha büyüktür? Her iki durumda da uygulanan kuvvetin büyüklüğü ve yönü aynıdır.

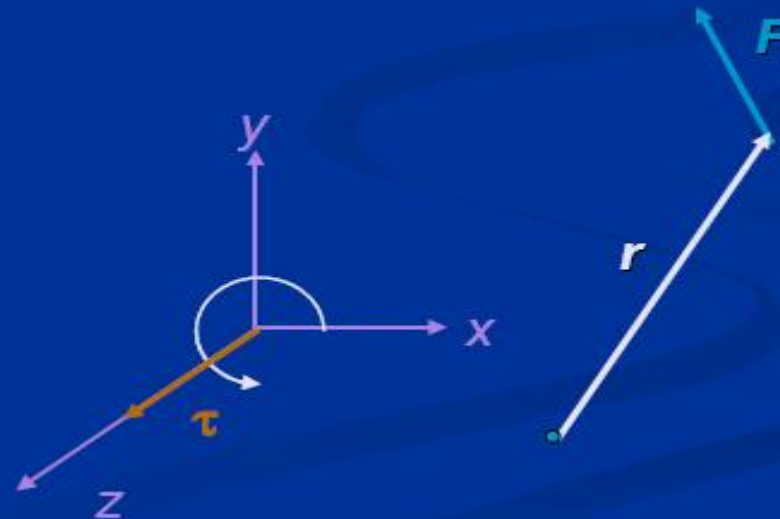
- (a) durum 1
- (b) durum 2
- (c) aynı

→ Tork aynı!



Tork ve Sağ El Kuralı:

- Sağ el kuralı ile Tork'un yönünü tayin ederiz:
 - Elinizi dönme ekseninden kuvvetin uygulandığı yöne doğru yöneltin.
 - Parmaklarınızı kuvvet yönünde döndürün.
 - Baş parmağınız tork'un yönünü gösterecektir..



- Tork'un vektörel doğasını çapraz (vektörel) çarpım ile tanımlayabiliriz.
 - İki vektörün çapraz çarpımı 3. bir vektör verir:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

- Sonuç vektör $\mathbf{C}$ büyüklüğü:

$$C = AB \sin \phi$$



- Sonuç vektörün $\mathbf{C}$ yönü $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ vektörlerinin bulunduğu düzleme diktir ve yönü sağ el kuralı ile bulunur.

Çapraz Çarpım

- Çapraz çarpımın kartezyen bileşenleri:

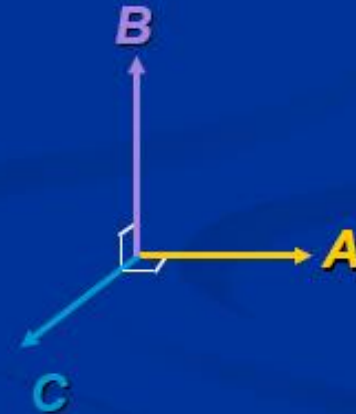
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

$$C_x = A_y B_z - B_y A_z$$

$$C_y = A_z B_x - B_z A_x$$

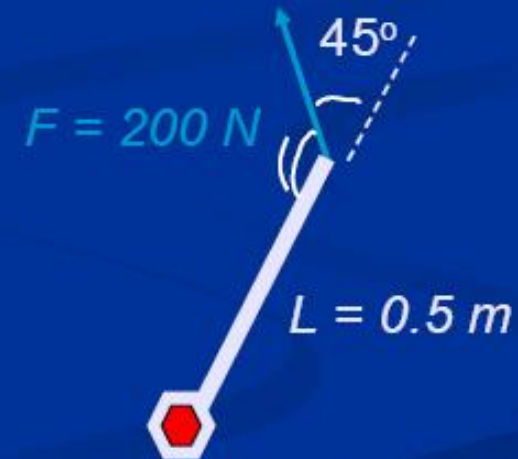
$$C_z = A_x B_y - B_x A_y$$

Not: $\mathbf{B} \times \mathbf{A} = -\mathbf{A} \times \mathbf{B}$



Örnek

- Sıkılmış bir somun'u (büyük vida) gevşetmek için 50 cm uzunluğundaki bir anahtar ile somuna 45° derecede 200 N kuvvet uygulanıyor.
 - Somun üzerine uygulanan tork'un büyüklüğü nedir?
 - Eğer somun aniden serbest dönmeye başlarsa, anahtarın açısal ivmesi nedir? (Anahtarın kütlesi 3 kg, ve şekli inçe bir çubuktur).

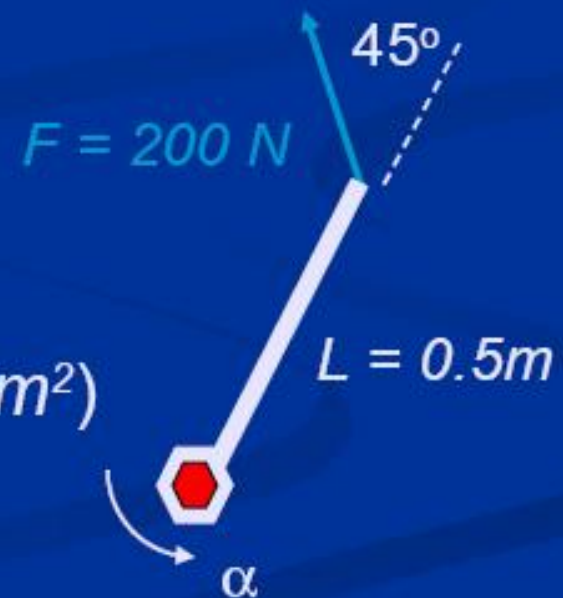


- Tork $\tau = LF \sin \phi = (0.5 \text{ m})(200 \text{ N})(\sin 45^\circ) = 70.7 \text{ Nm}$
- Somun serbest dönerse, $\tau = I\alpha$
 - ▶ Tork'u τ biliyoruz ve α bulmak için I_y hesaplamalıyız

$$I = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}(3 \text{ kg})(0.5 \text{ m})^2 = 0.25 \text{ kgm}^2$$

$$\rightarrow \alpha = \tau / I = (70.7 \text{ Nm}) / (0.25 \text{ kgm}^2)$$

$$\alpha = 283 \text{ rad/s}^2$$



İş & Kinetik Enerji

- İş/Kinetik enerji teoremi: $\Delta K = W_{NET}$
- Bu genel olarak doğrudur ve hem çizgisel hem de dairesel hareket için geçerlidir.
- Sabit bir eksen etrafında dönen bir cisim için:

$$\Delta K = \frac{1}{2} I (\omega_f^2 - \omega_i^2) = W_{net}$$

Örnek: Disk & İp

- Kütle $M=40$ g ve yarıçapı $R=10$ cm olan bir disk etrafına kütlesiz bir ip 10 kez sarılıyor. Disk merkezinden geçen eksen etrafında sürtünmesiz dönmektedir. İp $F=10$ Nluk bir kuvvetle çözülene kadar çekiliyor. (İpin kaymadığını ve disk başlangıçta dönmediğini kabul edelim.)
 - İp çözüldüğünde disk dönme hızı nedir?



ÇÖZÜM

Disk & İp...

- Yapılan iş $W = \tau \theta$
 - Tork $\tau = RF$ (çünkü $\phi = 90^\circ$)
 - Açısal yer değiştirme θ

$$2\pi \text{ rad/tur} \times 10 \text{ tur.}$$

$$\bullet W = \underbrace{(.1 \text{ m})(10 \text{ N})}_{\tau} \underbrace{(20\pi \text{ rad})}_{\theta} = \boxed{62.8 \text{ J}}$$



$$W_{NET} = W = 62.8 \text{ J} = \Delta K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Merkezinden geçen eksen etrafında dönen dönen
Disk için I:

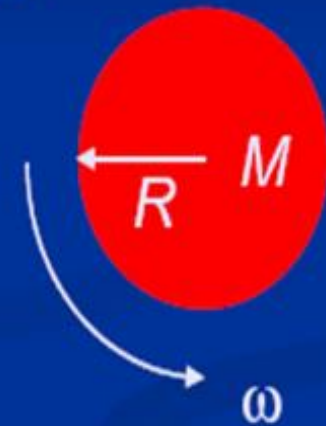
$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

$$\rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) \omega^2 = W$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4W}{MR^2}} = \sqrt{\frac{4(62.8 \text{ J})}{(.04 \text{ kg})(1)^2}}$$



$$\omega = 792.5 \text{ rad/s}$$



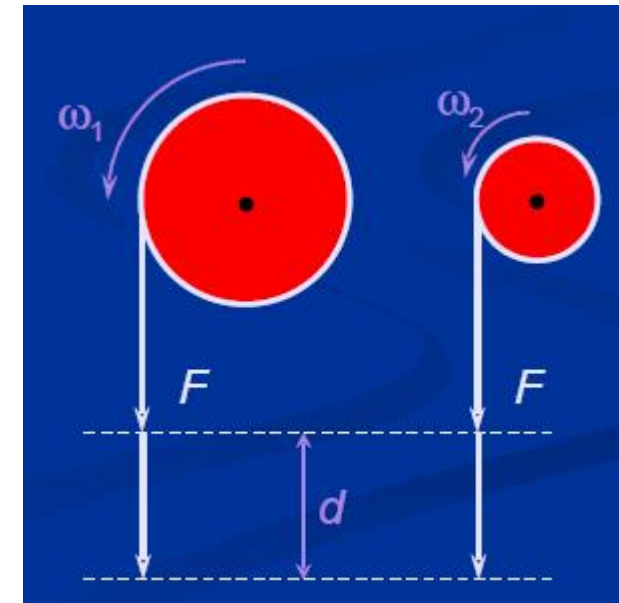
- Disklerin çevresine ip bağlayıp aynı kuvvetle bir süre aynı mesafede çekiliyor. Disk 1'in yarı çapı daha büyüktür ve her iki diskin **eylemsizlik momenti** aynıdır. Her iki diskte merkezinden geçen bir eksen etrafında dönmekte ve başlangıçta durumdurlar.
 - Çekmeden sonra hangi diskin açısal hızı daha büyüktür?

- (a) disk 1
- (b) disk 2
- (c) aynı

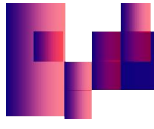
Biliyoruz ki $\Delta K = \frac{1}{2} I \omega^2$

Ve $I_1 = I_2$

$$\omega_1 = \omega_2$$



- Yapılan iş her iki disk içinde aynıdır!
 $\Rightarrow W = Fd$
- Kinetik enerjideki değişiklik aynı olacaktır, zira $W = \Delta K$.



Basit Makineler

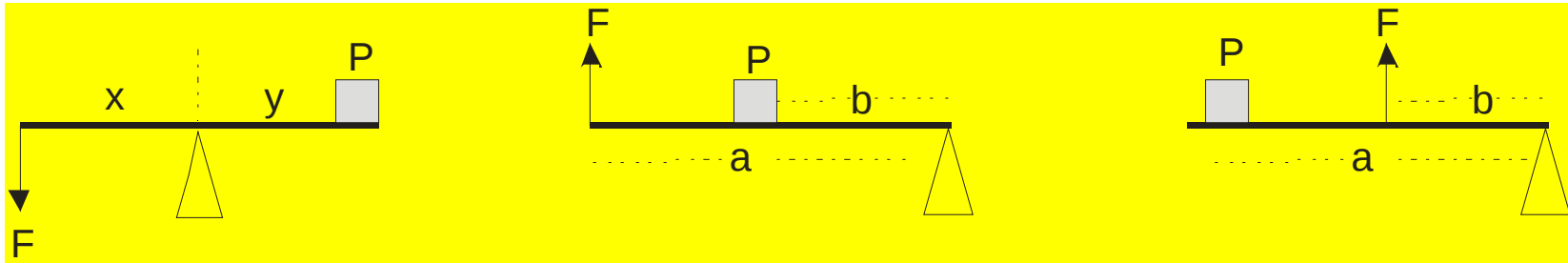
- Basit makineler günlük işlerimizi yaparken iş kolaylığı sağladıkları için kullanılırlar. İşten bir kazanç sağlamazlar. Yalnızsa zamandan bir kazanç sağlarlar. Yoldan kazandığımız oranda kuvvetten, kuvvetten kazandığımız oranda yoldan kaybederiz. Basit makine sorularında genellikle sürtünme ihmal edilir.



Verim

- Verim : $\frac{\text{Yükün yaptığı iş}}{\text{Kuvvetin yaptığı iş}}$
- Verim : $\frac{\text{uygulanması gereken kuvvet}}{\text{uygulanan kuvvet}}$

Kaldıraç



$$F.x = P.y$$

$$x > y \text{ ise } F < P$$

$$x < y \text{ ise } F > P$$

Tahterevalli, Terazî,
Makas, pense, leviye

$$F.a = P.b$$

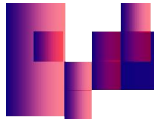
$$a > b \text{ ise } F < P$$

El arabası , kürek

$$F.b = P.a$$

$$a > b \text{ ise } F > P$$

Maşa, cımbız,
insan kolu



Sabit Makara

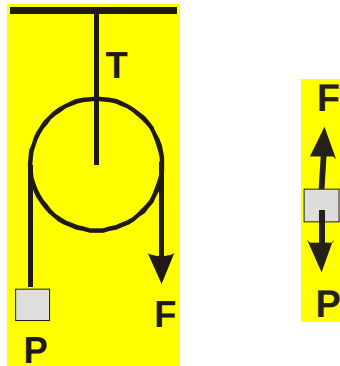
- Sabit makaralar kuvvetin yönünün değiştirir. Yoldan veya kuvvetten bir kazanç yoktur. Yalnızca iş kolaylığı sağlarlar. Sabit makaralarda makaranın ağırlıklı veya ağırlıksız olması uygulanması gereken kuvveti etkilemez. Makara ağırlığı yalnızca makaranın asıldığı ipteki gerilme kuvvetini arttırır. İp kaç metre çekilirse yükte o kadar yol alır.

Sabit Makara

- Kuvvetin uygulandığı ipten yola çıkarak ipi takip edersek. $F = P$ olur.

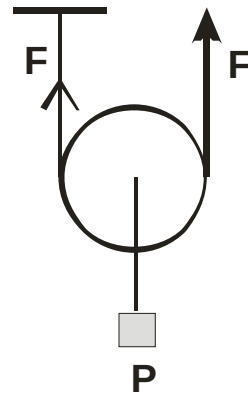
Makara ağırlıksız ise ipteki gerilme kuvveti;
 $T = P + F$ olur.

Makara G ağırlığında ise ; $T = P + G + F$ olur.



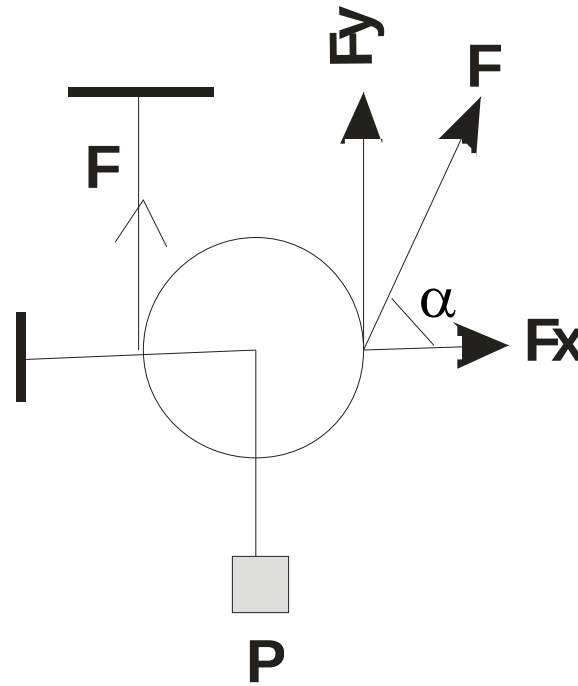
Hareketli Makara

- Hareketli makaralarda kuvvetten kazanç sağlanır. İp 2m çekilirse yük 1m yükselir. Makara ağırlığı ihmal edilmiş ise ;
- $2F = P \rightarrow F = P / 2$ olur.
- Makara ağırlıklı ise ; $2F = P + G \rightarrow F = \frac{P + G}{2}$



Sabit Makara

- $F + F_y = P$ olur. F_x kuvveti ise ipteki gerilme kuvvetine sebep olur. $T = F_x$ olur.



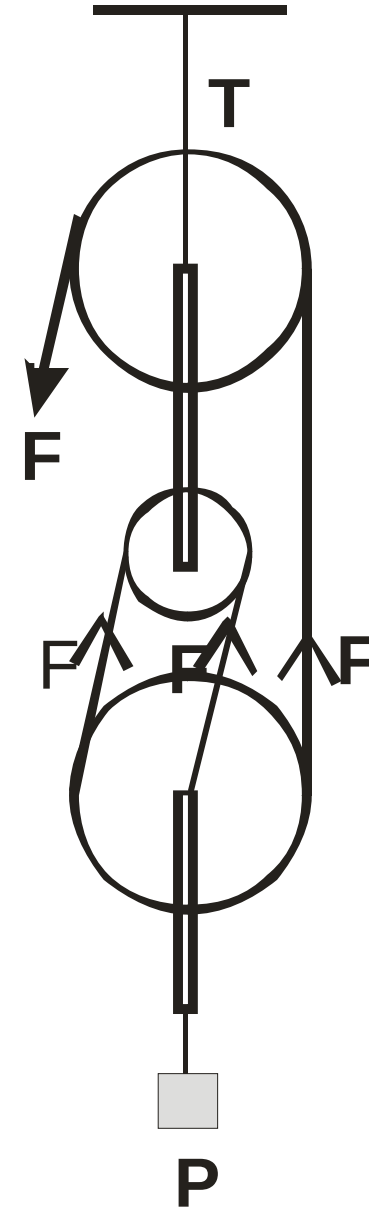
Palangalar

- Makaralar ağırlıksız ise ;

$$3F = P \rightarrow F = P/3 \text{ olur.}$$

Ya da

$$F = \frac{\text{Yük}}{\text{makara sayısı}}.$$



Government	Percentage
Current government	95%
Previous government	5%

- $$T = F + F + F \rightarrow T = 3F \text{ olur.}$$

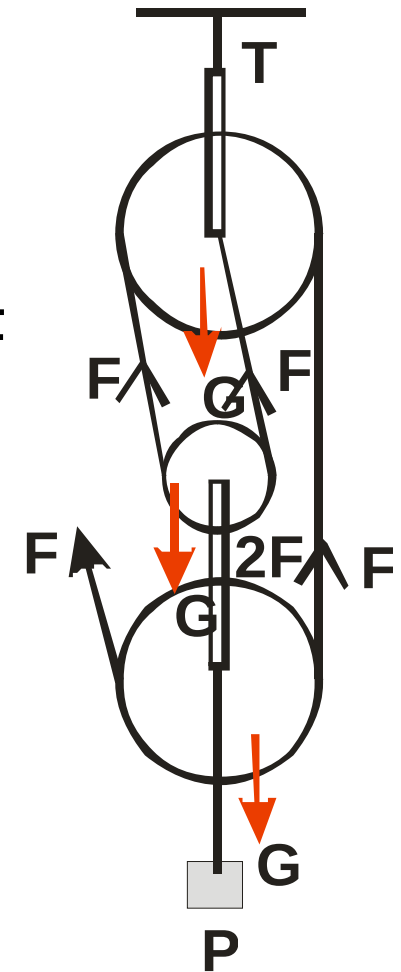
$F + F + 2F = P \rightarrow F = P/4$ olur. Ya da

Palangalar

- Makaralar ağırlıklı olsaydı;

$$T = F + F + F + G \rightarrow T = 3F + G$$

$$2F + F + F = P + G + G \rightarrow 4F = P + 2G$$
$$F = \frac{P + 2G}{4} \text{ olur.}$$

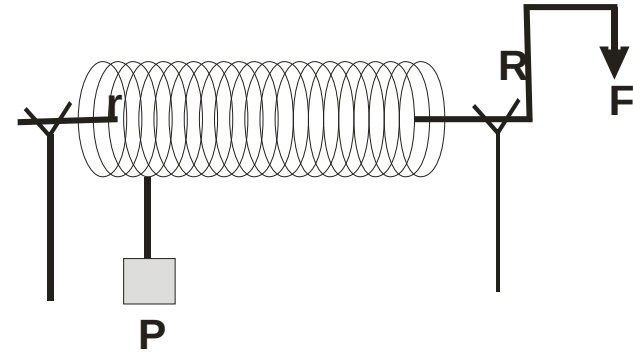
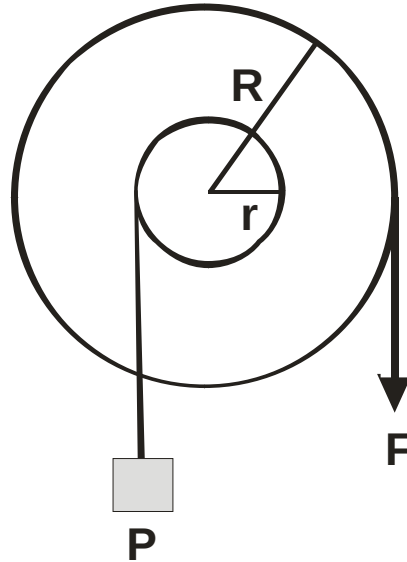


Çıkrık

- $F.R = P.r$

P yükünün yükselme miktarı;

$$h = n.2\pi r$$

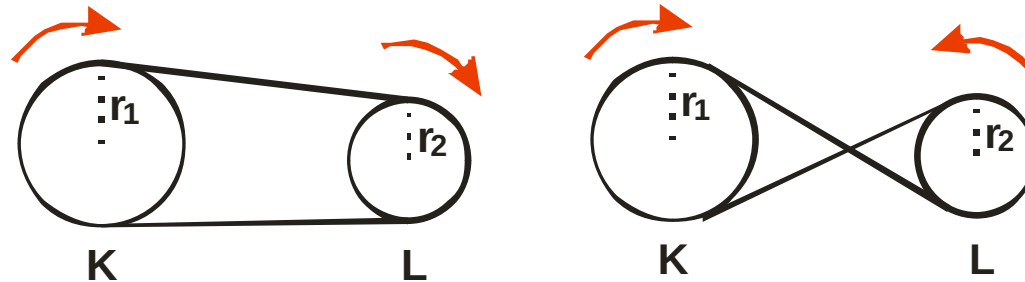


Kasnak

- Şekildeki K ve L kasnakları aynı yönde dönme hareketi yaparlar. K ve L'nin çizgisel hızları birbirine eşit. Fakat açısal hızları birbirinden farklı olur. Frekansları, tur sayıları yarıçaplarla ters orantılıdır. İpler üzerindeki gerilme kuvvetleri birbirine eşittir.

$$f_K \cdot r_1 = f_L \cdot r_2 \quad \text{ve} \quad n_1 \cdot r_1 = n_2 \cdot r_2$$

f : frekans , n : dönme sayısı



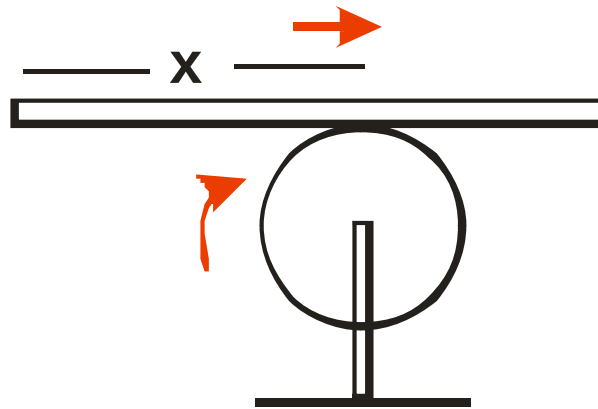
Sabit Makara

- Çubuk sabit makara üzerinde x kadar hareket ettirilirse;

$x = n \cdot 2\pi r \rightarrow n = x / (2\pi r)$ kadar makara döner.

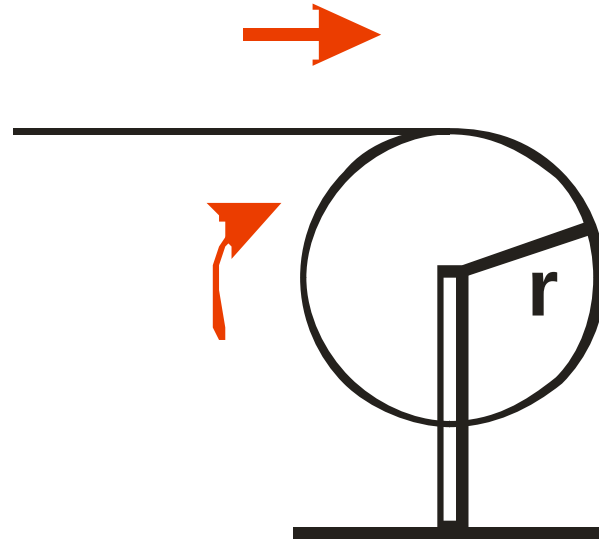
n = sabit makaranın dönme sayısı

r = sabit makaranın yarıçapı



Sabit Makara

- Makara n tur atarsa ip;
 $x = n \cdot 2\pi r$ kadar ip sarılır.
(Tam tersi n tur sola doğru atsaydı; bu sefer makara $x = n \cdot 2\pi r$ kadar ip bırakırdı.)



Hareketli Makara

- Makara n tur atarak ilerleseydi; ne kadar ip sarardı?

Makara hem dönme hareketi hem de öteleme hareketi yapar.

$x = n \cdot 2\pi r$ (dönerek ip sarar) ; $x = n \cdot 2\pi r$ (öteleme yaparak ip çeker)

