

MATEMATİK

YÜKSEK ALMAK İÇİN ÇALIŞ

SAYMA VE OLASILIK;

- **TOPLAMA YÖNTEMİ;**
- Bir olayın birden fazla farklı sonucu varsa ve bu sonuçların her birinin gerçekleşme olasılığını toplamak için kullanılır. Örneğin, A ve B olaylarının gerçekleşme olasılıkları $P(A)$ ve $P(B)$ ise, A veya B olayının gerçekleşme olasılığı:
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Ancak A ve B olayları birbirini dışlamıyorsa (yani aynı anda gerçekleşemiyorlarsa) bu durumda formül:
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- şeklinde olur.
- **ÖRNEK SORU;**
- Bir sınıfta 30 öğrenci bulunmaktadır. Bu öğrencilerden 12'si matematik, 10'u fen bilgisi dersini sevmektedir. 5 öğrenci ise her iki dersi de sevmektedir.
- Buna göre, en az bir dersi seven öğrenci sayısını hesaplayınız.
- **CEVAP;**
- Matematik sevenler $(A) = 12$
- Fen bilgisi sevenler $(B) = 10$
- Her iki dersi sevenler $(A \cap B) = 5$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Hesaplayalım:
- $P(A \cup B) = 12 + 10 - 5 = 17$ **Cevap**

SAYMA VE OLASILIK;

- **ÇRPMA YÖNTEMİ;**
- İki olayın aynı anda gerçekleşme olasılığını bulmak için çarpma yöntemi kullanılır. Eğer A ve B bağımsız olaylarsa, bu durumda:
 - $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- Bağımlı olaylar için ise:
 - $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$
 - burada $P(B|A)$ $P(B | A)$, A olayının gerçekleştiği durumda B olayının gerçekleşme olasılığı
- **ÖRNEK SORU;**
- Bir zar atıldığında ve bir bozuk para çevirildiğinde, zarın 3 veya daha büyük gelme ve paranın yazı gelme olasılıklarını hesaplayın.
 1. Zarın 3 veya daha büyük gelme olasılığı nedir?
 2. Paranın yazı gelme olasılığı nedir?
 3. Zarın 3 veya daha büyük gelmesi ve paranın yazı gelmesi olayının birlikte gerçekleşme olasılığını hesaplayın.
- **CEVABI**
- **Zarın 3 veya daha büyük gelme olasılığı:** Zarın yüzleri: {1, 2, 3, 4, 5, 6}
 - 3, 4, 5, 6 gelme olasılığı = $4/6 = 2/3$
- **2. Paranın yazı gelme olasılığı:**
 - Yazı gelme olasılığı = $1/2$
- **3. Zarın 3 veya daha büyük gelmesi ve paranın yazı gelmesi olayının birlikte gerçekleşme olasılığı:** Eğer zarın 3 veya daha büyük gelmesi ve paranın yazı gelmesi bağımsız olaylarsa:
 - $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ Burada:
 - $P(A) = 2/3$
 - $P(B) = 1/2$
 - Hesaplayalım:
 - $P(A \cap B) = 2/3 \times 1/2 = 2/6$ SADEŞİNCE $1/3$
 - Zarın 3 veya daha büyük gelmesi ve paranın yazı gelmesi olayının birlikte gerçekleşme olasılığı **1/3**tür.

PERMÜTASYON VE KOMBİNASYON FARKI

- KOMBİNASYON : SEÇMEK
- PERMÜTASYON: SEÇMEK + SIRALAMAK
- ÖRNEK
- $A=[1,2,3]$ KÜMESİNİN 2 Lİ KOMBİNASYONU VE 2 Lİ PERMÜTASYONUNU AŞAĞIDA GÖDÜNÜZ GİBİDİR

2 Lİ KOMBİNASYONLARI

- [1,2]
- [1,3]
- [2,3]
- 3 TANEDİR

2Lİ PERMÜTASYONLARI

- | | |
|-----|-----|
| 1,2 | 2,1 |
| 1,3 | 3,1 |
| 2,3 | 3,2 |
- 6 TANEDİR

SAYMA VE OLAILIK:

- **PERMÜTASYON;**
- belirli bir nesne grubunun sıralı dizilişlerini ifade eder. n çeşit nesneden r tanesinin seçilerek diziliş oluşturulması durumunda, permütasyon sayısı şu formülle hesaplanır:
- $P(n,r)=n!$
- Burada $n!$ (n faktöriyel), n sayısının 1'den n kadar olan tüm pozitif tam sayıların çarpımını temsil eder.
- **ÖRNEK;**
- Diyelim ki $n=5$ ($n=5$ (yani 5 çeşit nesne) ve $r=3$ ($r=3$ (3 nesne seçilecek). Bu durumda dizilişlerin sayısını hesaplayalım:
- $P(5,3)=5!/(5-3)!=5!/2!$
- Faktöriyel değerlerini yerine koyarsak:
- $5!=5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
- $2!=2 \times 1 = 2$
- Bu durumda:
- $P(5,3)=120/2=60$ **Cevap**
- 5 çeşit nesne ile 3'lü dizilişlerin toplamda **60** farklı şekilde yapılabileceği hesaplanır. Başka bir örnek veya konu hakkında daha fazla bilgi isterseniz, lütfen belirtin!
- **KOLAY YOL**
- $P(5,3)=60, 5 \times 4 \times 3 = 60$

Sınırlı sayıda tekrarlayan nesnelerin dizilişlerini (permütasyonlarını) açıklayarak problemler çözer

- Tanım
- Eğer n sayıda nesne içinde bazı nesneler $k_1, k_2, \dots, k_m$ kadar tekrar ediyorsa, bu nesnelerin permütasyon sayısı aşağıdaki formülle hesaplanır:
- $P(n; k_1, k_2, \dots, k_m) = n! / k_1! \times k_2! \times \dots \times k_m!$

ÖRNEK SORU;

- Bir sınıfta 4 adet mavi ve 3 adet kırmızı top bulunmaktadır. Bu topların oluşturabileceği dizilişlerin sayısını hesaplayınız.

- **Çözüm**

1. Toplam Top Sayısı:

1. Mavi toplar: 4
2. Kırmızı toplar: 3
3. Toplam top sayısı $n=4+3=7$ $n = 4 + 3 = 7$ $n=4+3=7$

2. Tekrar Eden Nesneler:

1. Mavi topların sayısı $k_1=4$ $k_1 = 4$ $k_1=4$
2. Kırmızı topların sayısı $k_2=3$ $k_2 = 3$ $k_2=3$

3. Permütasyon Formülü:

4. $P(7;4,3)=7!4!\times3!$

5. Faktöriyel Değerleri:

1. $7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$ $7!$
2. $4!=4\times3\times2\times1=24$ $4!$
3. $3!=3\times2\times1=6$ $3!$
4. Hesaplama:

6. $P(7;4,3)=5040/24\times6=5040/144=35$

- **Cevap**

- 4 mavi ve 3 kırmızı topun oluşturabileceği dizilişlerin sayısı **35**'tir.

KOMBİNASYON;

- Bir kümeden belirli sayıda eleman seçerken kombinasyon kavramını kullanırız. n elemanlı bir kümeden r tane elemanın seçilme sayısı, kombinasyon formülü ile hesaplanır
- **KOMBİNASYON FORMÜLÜ;**
- **$C(n,r)=\frac{n!}{r!(n-r)!}$**
- BURADA;
- n: Kümenin eleman sayısı
- r: Seçilecek eleman sayısı
- n!: n faktöriyel
- r!: r faktöriyel
- (n-r)!: n-r faktöriyel
-

KOMBİNASYON ÖRNEK;

- Diyelim ki bir sınıfta 10 öğrenci var ve bu öğrencilerden 3'ünün seçilmesi gerekiyor. Bu durumda:

1.Verilenler:

1. $n=10$ (toplam öğrenci sayısı)
2. $r=3$ (seçilecek öğrenci sayısı)

2.Kombinasyon Formülünü Uygulama:

- $C(10,3)=10!/3!(10-3)!=10!/3!*7!$
- **Faktöriyel Değerlerini Hesaplama:**
- $10!=10 \times 9 \times 8 \times 7!$ (Burada $7!$ çarpanlarını sadeleştiriyoruz)
- $3!=3 \times 2 \times 1=6$
- $7!$ sadeleştiği için yazmayız.
- **Hesaplama:**
- $C(10,3)=10*9*8/3*2*1*=720/(BÖLÜ)6=120$ CEVAP

PASCAL ÜÇGENİ;

Pascal üçgeni, kombinatorik sayıların düzenli bir şekilde yer aldığı bir üçgendir. Her bir sayı üstteki iki sayının toplamı olarak hesaplanır. Bu yapı, matematikte ve özellikle kombinatorikte önemli bir rol oynar. İşte Pascal üçgeninin temel özellikleri ve yapısı:

Pascal Üçgeninin Yapısı

1.Tanım: Pascal üçgeni, her satırda n elemanı olan n sayısını temsil eder. n sayısı, üstten aşağıya doğru sıralandığında 0'dan başlar.

2.İlk birkaç satırı:

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

PASCAL ÜÇGENİ KURALLAR;

- PASCAL ÜÇGENİ HER SATIRINDA İLK VE SON RAKAMI 1 DİR
- $\forall x, Y \in R$ ve $\forall n \in$ OLMAK ÜZERE
- ÖRNEK $(2x - Y^3)$
- $1(2x^3)^*Y_0 - 3(2x^2)^*Y_1 - 3(2x^1)^*Y_2 - 1(2x^0)^*Y_3 =$
- $8x^3 - 12x^2Y + 6XY^2 - Y^3$
- ÖZDEŞLİKLERİ SAĞLANIR
- $N \in N$ için $(x + y)^n$ açılımında $n + 1$ tane terim vardır
- $(x - y)^n$ açılımındaki katsayıların işaretleri $+, -, +, -, +, - \dots$ şeklindedir
- $(n, 0), (n, 1), (n, 2), \dots, (n, n)$ katsayılarının binom katsayıları denir

OLASILIK ;

- Olasılık, belirli bir olayın gerçekleşme olasılığını sayısal olarak ifade eder. Olasılık, genellikle 0 ile 1 arasında bir değer alır; 0, olayın kesinlikle gerçekleşmeyeceğini, 1 ise kesinlikle gerçekleşeceğini belirtir.
- **Olasılık Kavramı**
- Bir olayın olasılığı aşağıdaki formülle hesaplanır:
- $P(A) = \frac{\text{OLAYIN GERÇEKLEŞME SAYISI}}{\text{TOPLAM MÜMKÜN SONUÇ SAYISI}}$

ÖRNEK SORULAR;

- Örnek 1: Zar Atma
- Bir zar atıldığında, 3 gelme olasılığını hesaplayalım.
- Toplam sonuç sayısı: 1, 2, 3, 4, 5, 6 → 6 sonuç
- Gerçekleşen olay: 3 gelmesi → 1 sonuç
- CEVAP; $P(3)=1/6$

ÖRNEK 2

- Bir bozuk para çevirildiğinde yazı gelme olasılığını hesaplayalım.
- **Toplam sonuç sayısı:** Yazı, Tura → 2 sonuç
- **Gerçekleşen olay:** Yazı gelmesi → 1 sonuç
- **CEVAP;** $P(\text{YAZI}) = 1/2$

ÖRNEK 3

- Bir desteden rastgele bir kart çekildiğinde, kırmızı bir kart (kupa veya maça) çekme olasılığını hesaplayalım.
- **Toplam kart sayısı: 52**
- **Kırmızı kart sayısı: 26 (kupa ve maça)**
- **CEVAP;**
- $P(\text{Kırmızı kart}) = 26/52 = 1/2$

ÖRNEK 4 TOPLAMA YÖNTEMİ

- **ÖRNEK SORU;**
- Bir sınıfta 30 öğrenci bulunmaktadır. Bu öğrencilerden 12'si matematik, 10'u fen bilgisi dersini sevmektedir. 5 öğrenci ise her iki dersi de sevmektedir.
- Buna göre, en az bir dersi seven öğrenci sayısını hesaplayınız.
- **CEVAP;**
- Matematik sevenler $(A) = 12$
- Fen bilgisi sevenler $(B) = 10$
- Her iki dersi sevenler $(A \cap B) = 5$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Hesaplayalım:
- $P(A \cup B) = 12 + 10 - 5 = 17$ $P(A \cup B) = 12 + 10 - 5 = 17$ **Cevap**

ÖRNEK 5

CAN'IN 4 FARKLI FORMASI VE 7 FARKLI TİŞÖRTÜ VARDIR BUNA GÖRE CAN FORMA VEYA 1 TİŞÖRTÜ KAÇ FARKLI ŞEKİLDE SEÇEBİLİR?

CEVAP

$$7+4=11$$

ÖRNEK 6 ÇARPMA YOLU İLE

- 4 FARKLI KURSTAN BİRİNE GİTMEK İSTEYEN 3 KİŞİ SEÇİMLERİNİ KAÇ FARKLI ŞEKİLDE YAPABİRLER
- CEVAP
- _ _ _ _ _
- $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 64$

ÖRNEK 7 KOMBİNASYON

- $P(6,4)$
- _____ İŞLEMİN SONUCU KAÇTIR
- $P(5,4)$
- CEVAP
- $6*5*4*3=6$
- $5*4*3=0$

ÖRNEK 8 PERMÜTASYON VE KOMBİNASYON

- $A=[2,3,4,5]$
- KÜMESİNİN 3 LÜ PERMÜTASYONLARIN KAÇ TANESİNDE 4 VE 5 BULUNUR?
- CEVAP
- 2_3_4_
- $2 \ 3 \ 5 == 2 = +3, 3 = +3, 4 = +3, 5 = +3 = 12 = 3+3+3+3 = 12$

ÖRNEK 9 PERMÜTASYON

- «1 1 1 4 1 6 4» SAYSINDAKİ RAKAMLARIN YERLERİ DEĞİŞTİRİLEREK BİRBİRİNDEN FARKLI 7 BASAMAKLI KAÇ DAĞL SAYI YAZILABİLİR
- CEVAP
- $7!$ $7! * 6 * 5 * 4$
- $\frac{7!}{4! * 2! * 1!} = \frac{5040}{24} = 210$
- $4! * 2! * 1$ $4! * 2!$

ÖRNEK 10 BİNOM

- ÖRNEK $(2x-y)^3$
- CEVAP
- $1(2x)^3 - 3(2x)^2y + 3(2x)y^2 - y^3 =$
- $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$