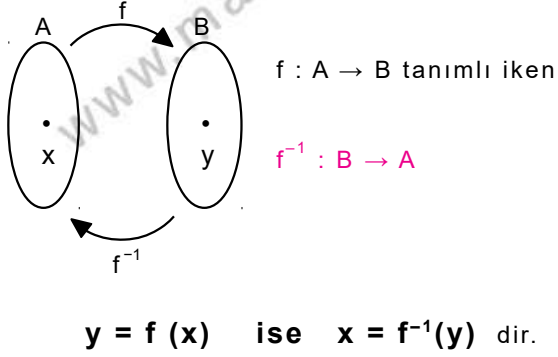


**TERS FONKSİYON :**

Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için bu fonksiyonun bire bir (1-1) ve örten olması gerekir.

Bir fonksiyon ile tersi 1. açıortay doğrusuna göre simetrik.



**TERSİNİ BULMA KURALI ( GENELLEME )**

Bir fonksiyonun tersini; **x yerine y, y yerine x yazıp bu yeni y' yi çekerek elde ettiğimiz x' li ifade ile buluruz.**

**Örnek...1 :**

$f(x) = 3x + 7$  fonksiyonunun tersini bulunuz?

**Örnek...2 :**

$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}, f(x) = \frac{3x+2}{2x-5}$  fonksiyonunun tersini bulunuz?

**Örnek...3 :**

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$  fonksiyonunun tersini bulunuz?

**Örnek...4 :**

$f: (-6, \infty) \rightarrow (0, \infty) f(x) = x^2 + 12x + 36$  fonksiyonunun tersini bulunuz?

**Örnek...5 :**

$f: (-\infty, 4) \rightarrow (-10, \infty) f(x) = x^2 - 8x + 6$  fonksiyonunun tersini bulunuz?

**Örnek...6 :**

Negatif reel sayılardan pozitif reel sayılara tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun tersini bulunuz?

**PRATİK KURALLAR :**

- 1)  $f(x)=ax+b$  ise  $f^{-1}(x)=\frac{x-b}{a}$  dır.
- 2)  $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$  ise  $f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$  dır.

**Örnek...7 :**

Aşağıdaki fonksiyonların tersini uygun şartlarda bulunuz ?

$$f(x)=2x+5 \quad f(x)=5x-137$$

$$f(x)=9x \quad f(x)=7$$

$$f(x)=\frac{3x+7}{2x+5} \quad f(x)=\frac{x+2}{3x-5}$$

$$f(x)=\frac{7-4x}{2x-8} \quad f(x)=\frac{7x+2}{3+2x}$$

$$f(x)=\frac{4x-1}{5x} \quad f(x)=\frac{5}{2x-3}$$

**Örnek...8 :**

$$f: \mathbb{R}-\{6\} \rightarrow \mathbb{R}-\{2\}$$

$$f(x)=\frac{ax+\sqrt{3}}{3x-b}$$

ifadesi bire bir (1-1) ve örten bir fonksiyon ise  $a+b$  toplamı kaçtır?

**Örnek...9 :**

Uygun koşullarda  $x=\frac{3f(x)+5}{f(x)+2}$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f(0)+f^{-1}(0)$  toplamı kaçtır?

**Örnek...10 :**

Uygun koşullarda  $f(x)=\frac{f(x)-x}{x+4}$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunu, tanım ve görüntü kümesini bulunuz

**TERS FONKSİYON ÖZELLİKLERİ**

- 1)  $(f^{-1})^{-1} = f$
- 2)  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
- 3)  $f \circ g = I$  ise  $f = g^{-1}$  veya  $g = f^{-1}$
- 4)  $(f_1 \circ f_2 \circ \dots \circ f_n)^{-1} = f_n^{-1} \circ \dots \circ f_2^{-1} \circ f_1^{-1}$   
(Ters sırada açılır)

**Örnek...11 :**

$$(f \circ g^{-1})(x) = \frac{9x-5}{71+\sqrt{3}x}$$

olduğuna göre,  $(g \circ f^{-1})(x)$  fonksiyonunun kuralını bulunuz?

**Örnek...12 :**

$$(f \circ g^{-1})(x) = 2x+5 \quad \text{ve} \quad (g \circ f^{-1})(x) = mx+n$$

olduğuna göre,  $m+n$  kaçtır?

**Örnek...13 :**

$$\begin{aligned} f_1^{-1}(5) &= 1 \\ f_2(4) &= 2 \\ f_3(2) &= 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre,  $(f_1 \circ f_3 \circ f_2)^{-1}(5)$  kaçtır?

**Örnek...14 :**

$$f(x) = \frac{3x+2}{4x-1} \quad \text{ve} \quad (f \circ g)(x) = x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,  $(g^{-1})(0)$  kaçtır?

**Örnek...15 :**

$h$  ve  $g$  bire bir  $(1-1)$  ve örten fonksiyonlar olmak üzere,

$$(h^{-1} \circ g)^{-1}(x) = g^{-1}(x^4 - x^2 + 8)$$

olduğuna göre,  $h(\sqrt{5})$  ifadesinin değeri kaç olabilir?

**Örnek...16 :**

$g$  çift bir fonksiyon ve  $(f^{-1} \circ g)(-x) = m \cdot g(x) + n$  ise  $f(x) = 2x-3$  ise  $m-n$  kaçtır?

**Örnek...17 :**

$f \circ g(x) = 3x-8$  ve  $f(x) = 2x+5$  ise  $g(x)$  fonksiyonunu bulunuz.

**Örnek...18 :**

$f \circ h(x) = 5x+7$  ve  $h(x) = 4x+3$  ise  $f(x)$  fonksiyonunu bulunuz.

**Örnek...19 :**

$u$  ve  $v$  birer fonksiyon,  $u \circ v(x) = 5x-3$  ve  $u(x) = 5x+2$  ise  $v^{-1}(x)$  fonksiyonunu bulunuz.

**Örnek...20 :**

$f(3x+2)=18x+9$  ise  $f(x)$  fonksiyonu nedir?

**Örnek...21 :**

$f(2x-3)=10x-17$  ise  $f(x)$  fonksiyonu nedir?

**Örnek...22 :**

Uygun şartlarda  $f\left(\frac{2x+3}{3x+1}\right)=10x-17$  ise  $f(x)$  fonksiyonu nedir?

**Örnek...23 :**

$f(x+2)=6x+7$  ve  $(g \circ f)(x)=3x+2$  olduğuna göre,  $g^{-1}(x)$  fonksiyonunun kuralını bulunuz?

**Örnek...24 :**

$f$  ve  $g$  bire bir ve örten fonksiyonlar olmak üzere,

$(f^{-1} \circ g \circ h)^{-1} \circ (f^{-1} \circ g)$  ifadesinin eşiti nedir?

**Örnek...25 :**

$$f^{-1}\left(\frac{2x+6}{3+x}\right)=g(x^3+x)$$

olduğuna göre,  $(f \circ g)(10)$  kaçtır?

**Örnek...26 :**

$f^n = \underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ adet } f}$  olarak tanımlansın,

$f^{-1}(2x+5)=f^3(x^{67}+1)$  olduğuna göre,  $f^4(1)$  kaçtır ?